

UNIVERSITÄT KONSTANZ

– PROJEKTPRAKTIKUM –

EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt

Autoren:

Nico Bischof
Christian Bucher

Bernd Illing
Lukas Irmeler

Sommersemester 2012

Durchgeführt von Nico Bischof, Christian Bucher, Bernd Illing und Lukas Irmeler im Rahmen des Projektpraktikums im Sommersemester 2012 an der Universität Konstanz.

“Über die physikalische Natur jener Molekularmagnete blieb man bisher im Ungewissen, wenn auch ein großer Teil der Theoretiker sich über sie eine bestimmte Meinung gebildet hatte, die zuerst von AMPÈRE vertreten wurde. Nachdem nämlich von OERSTEDT entdeckt worden war, dass magnetische Wirkung nicht nur von Magneten, sondern auch von elektrischen Strömen ausgehen, schien es zunächst, dass diese beiden Entstehungsweisen [...] magnetischer Felder prinzipiell verschieden seien. Diese Sachlage mußte für die nach Vereinheitlichung der Naturauffassung strebenden Physiker unbefriedigend sein.”

ALBERT EINSTEIN, 7. Mai 1915 [1]

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung - Motivation - Historisches	4
2	Physikalische Grundlagen	5
2.0.1	Trägheitsmoment	5
2.0.2	Torsionsschwingungen, Resonanz	5
2.1	Theorie des Magnetismus	6
2.2	Hysterese, Remanenz, Koerzitivfeldstärke und Sättigungsmagnetisierung	7
2.2.1	Gyromagnetisches Verhältnis und LANDÉ-Faktor g	8
2.3	EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt	9
2.4	Formel für g	10
3	Der Versuchsaufbau	11
3.1	Vorüberlegungen	11
3.2	Der endgültige Aufbau	13
4	Messungen und Auswertungen	16
4.1	Vorbemerkungen	16
4.1.1	Endgültige Formeln	16
4.1.2	Angenommene Messfehler	17
4.1.3	Bestimmung der Trägheitsmomente	18
4.1.4	Vergleichsmessung der drei Zylinder	18
4.1.5	Überprüfung der Güte des Resonators	20
4.2	Messung 1	20
4.2.1	Verschiedene Versuche zur Abschätzung äußerer Einflüsse	23
4.3	Messung 2 - mit HELMHOLTZspulen	24
4.4	Messung 3 - in R711	27
5	Ergebnisse und Diskussion	29
6	Fazit und Ausblick	29
7	Anhang	33

1 Einleitung - Motivation - Historisches

Auf der Suche nach einem Experiment für das diesjährige Projektpraktikum fiel die Wahl auf den Nachweis des berühmten EINSTEIN-DE-HAAS-Effekts. Es handelt sich um ein grundlegendes Experiment zur Erforschung der Eigenschaften und Herkunft des Magnetismus. ALBERT EINSTEIN äußerte im Jahre 1915 seine Theorie der AMPÈREschen Ringströme als Quellen des Ferromagnetismus. Im selben Jahr wurde von ihm, zusammen mit JOHANN-WANDER-DE-HAAS, ein Experiment dazu durchgeführt. Das Experiment hat ein qualitatives und ein quantitatives Ergebnis. Zum einen kann qualitativ nachgewiesen werden, dass die erzeugenden magnetischen Momente in Ferromagneten Drehimpulscharakter besitzen. Quantitativ kann man die Proportionalitätskonstante zwischen Drehimpuls und magnetischem Moment bestimmen, den sogenannten LANDÉ-Faktor g . Die quantitative Deutung des Ergebnisses führte zur Einführung des Elektronen-*Spins* als Hauptquelle des Magnetismus.

Historisch und physikalisch stellt der ursprüngliche Versuch einen Meilenstein der Physik dar, da er im Nachhinein betrachtet die ersten Hinweise auf ein Vorhandensein von Elektronenspins gab. Er wurde in den Anfangszeiten der Quantenmechanik durchgeführt, die Theorie des Elektronenspins war jedoch noch nicht vorhanden, weshalb EINSTEIN und DE HAAS den vom erwarteten Wert leicht abweichenden Messwert vorerst als Bestätigung der klassischen Theorie annahmen. Die quantenmechanische Erklärung der Abweichung wurde erst 10 Jahre später, 1925, durch die Entdeckung des Elektronenspins geliefert.

Besonders reizvoll ist die recht einfache makroskopische, mechanische Sichtbarmachung eines mikroskopischen quantenmechanischen Effekts. Ferner vereint das Experiment viele Themen des bisherigen Grundstudiums. Der Effekt selbst benötigt zum Verständnis Grundlagen des Magnetismus, der Elektro- und Quantendynamik. Die Durchführung des Versuchs setzt Kenntnisse der Mechanik und Elektronik voraus. Diese Kombination verschiedener Bereiche der Physik machte das Experiment für das Projektpraktikum attraktiv.

2 Physikalische Grundlagen

Es sollen nun die für das Verständnis des Experiments wichtigen physikalischen Grundlagen dargelegt werden. Elementare Begriffe aus den Vorlesungen der ersten vier Fachsemester Physik werden vorausgesetzt und nicht weiter ausgeführt.

2.0.1 Trägheitsmoment

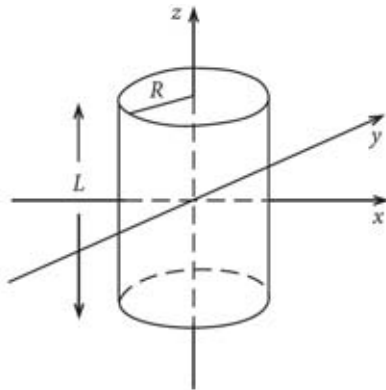


Abbildung 1: Zur Berechnung von Θ_{Zyl} [5]

Für die Berechnung der Versuchsparemeter soll das Trägheitsmoment eines (Voll-) Zylinders (Höhe L , Radius R , Masse M) berechnet werden. Die Achse verläuft gemäß Abb. 1 durch den Schwerpunkt, längs der z -Achse eines Zylinder-Koordinatensystems. Die Dichte ρ sei im Zylinder konstant. Dann ergibt sich für Θ :

$$\begin{aligned} \Theta_{\text{Zyl}} &= \int_{V_{\text{Zyl}}} \rho r_{\perp}^2 dV \\ \stackrel{\text{Trafo-Satz}}{=} &\rho \int_0^{2\pi} \int_0^L \int_0^R r^2 dr dh r d\phi \\ &= \underbrace{2\rho\pi R^2 L}_M \frac{R^2}{4} = \frac{1}{2} MR^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Das Trägheitsmoment eines Hohlzylinders (innerer Radius R_1 , äußerer Radius R_2) ergibt sich analog zu

$$\Theta_{\text{Hohlzyl}} = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2). \quad (2.2)$$

2.0.2 Torsionsschwingungen, Resonanz

Das Modell eines Torsionsoszillators sieht einen gedämpften, getriebenen, harmonischen Oszillator vor.

Dessen Schwinger besitze das Trägheitsmoment Θ , die Torsionsfeder habe die Winkelrichtgröße R . Die freie (ungedämpfte) Resonanzfrequenz ergibt sich zu $\omega_0 = \sqrt{\frac{R}{\Theta}}$.

Nun wirke noch eine Dämpfung, proportional zur Winkelgeschwindigkeit $D = P\dot{\varphi}$.

Die äußere Anregung erfolge harmonisch mit der Frequenz Ω und der Amplitude D_{max} . Man erhält für den Drehwinkel aus der Ruhelage die folgende DGL:

$$\begin{aligned} \Theta\ddot{\varphi} + P\dot{\varphi} + R\varphi &= D_{\text{max}}\cos(\Omega t) \quad \text{bzw.} \\ \ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi &= \frac{D_{\text{max}}}{\Theta}\cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die Nützlichkeit der Größe $\beta = \frac{P}{2\Theta}$ zeigt sich im Folgenden. Der homogene Teil von (2.3) wird im Falle schwacher Dämpfung ($\beta < \omega_0$) durch die gedämpfte Schwingung

$\varphi_h(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \gamma)$ gelöst. Dabei ist $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Die Parameter A und γ werden durch Anfangsbedingungen bestimmt.

Zur Lösung der inhomogenen Gleichung (2.3) wird ins Komplexe erweitert ($\varphi \in \mathbb{R} \rightarrow \tilde{\varphi} \in \mathbb{C}$, $\cos(\cdot) \rightarrow e^{i\cdot}$) und der Ansatz $\tilde{\varphi}_s(t) = \tilde{\Phi} e^{i\Omega t}$ ($\tilde{\Phi} \in \mathbb{C}$) verfolgt. Dieser Ansatz folgt aus der Tatsache, dass für große t , der homogene Teil $\varphi_h(t)$ der Lösung verschwindet und der Oszillator der anregenden Frequenz Ω folgt. Die physikalische Lösung besteht dann aus dem Realteil $\Re(\tilde{\varphi}_s(t)) = \varphi_s(t)$. Einsetzen des Ansatzes ergibt $\tilde{\Phi} = |\tilde{\Phi}| e^{i\delta}$ mit $\delta = \arg(\tilde{\Phi})$:

$$|\tilde{\Phi}| = \frac{D_{max}}{\Theta} \frac{1}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \quad (2.4)$$

$$\tan(\delta) = \frac{\Im(\tilde{\Phi})}{\Re(\tilde{\Phi})} = \frac{2\beta\Omega}{\Omega^2 - \omega_0^2} \quad (2.5)$$

Damit lautet die spezielle Lösung $\varphi_s(t) = |\tilde{\Phi}| \cos(\Omega t + \delta)$. Das Maximum von $|\tilde{\Phi}|$ bezüglich Ω nennt man Resonanz. Die Resonanzfrequenz beträgt $\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Einsetzen in (2.4) liefert für die Amplitude:

$$\alpha_r = \frac{D_{max}}{\Theta} \frac{1}{\sqrt{4\beta^2\omega_0^2 - 4\beta^4}} \quad (2.6)$$

2.1 Theorie des Magnetismus

Zwei Erkenntnisse trugen zur **klassischen** Theorie der AMPÈRESchen Molekularströme bei. Zum einen die Tatsache, dass jedes Bruchstück eines Permanentmagneten wieder ein Magnet ist. Zweitens war es die Entdeckung der magnetischen Induktion von elektrischen Strömen durch OERSTEDT. Es scheint also, als gäbe es zwei völlig unabhängige Quellen magnetischer Felder. Die Idee war nun, die Entstehung magnetischer Felder in Permanentmagneten ebenfalls auf elektrische Ströme zurückzuführen.

Im Modell nach AMPÈRE kreisen Elektronen mit der Frequenz f auf Kreisbahnen um einen positiv geladenen Kern und induzieren dadurch jeweils einen Kreisstrom. Dieser erzeugt ein magnetisches Moment nach der Formel $\vec{\mu} = I \cdot \vec{A} = efA \cdot \vec{e}_A$. Außerdem kann dem kreisenden Elektron ein Drehimpuls \vec{l} zugeordnet werden (siehe 2.2.1). Die Summe über alle Elektronen eines Atoms ergibt das magnetische Moment und den Gesamtdrehimpuls dieses Atoms.

Diese Momente können als *Elementarmagneten* eines ferromagnetischen Materials gesehen werden. Die Summe dieser magn. Momente entsprechen dann dem Volumenintegral des Magnetisierungsvektors \vec{M} des Körpers.

Nach heutiger Sicht erklärt man den Ferromagnetismus mithilfe der **Quantenmechanik**. Eine ausführliche Erläuterung wird hier nicht vorgenommen, sie ist beispielsweise in [6] zu finden. Die Lösung des Wasserstoffproblems, also dem quantenmechanischen Analogon des BOHRschen Atommodells, sind die Funktionen $\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_n(r) Y_l^m(\theta, \phi)$. Wobei $R_n(r)$ eine radialsymmetrische Funktion und Y_l^m die Kugelflächenfunktionen Y_l^m mit den Quantenzahlen l (Drehimpuls) und m (magnetische Quantenzahl) bezeichnet. Im Rahmen des Orbitalmodells wird jedem Satz von Quantenzahlen ein Zustand, ein sog.

Orbital, zugeordnet. Jedes Orbital kann dann mit zwei Elektronen, unterschieden durch die Spinquantenzahl s , bevölkert werden. Abhängig von den Werten der Quantenzahlen l und s trägt ein Elektron ein mehr oder weniger großes magnetisches Moment (siehe 2.2.1). In der Quantenmechanik wird zwischen dem Bahndrehimpuls \vec{l} und dem Spin \vec{s} unterschieden. Man definiert außerdem den Gesamtdrehimpuls $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$. Man definiert dazu eine neue Quantenzahl $j = |l \pm s|$. Der Betrag des Drehimpulses des Elektrons lautet dann $\sqrt{j(j+1)}\hbar$.

Für ein ganzes Atom muss man über alle magn. Momente bzw. Drehimpulse der einzelnen Elektronen addieren (vektoriell). Die Magnetisierung erhält man dann analog zum klassischen Modell.

Durch Anlegen eines magnetischen Feldes können die Elementarmagnete einer Materie ausgerichtet und damit deren Magnetisierung geändert werden. Die Magnetisierung \vec{M} ist jedoch nicht unbedingt eine lineare Funktion der magnetischen Feldstärke \vec{H} . Außerdem hängt der Verlauf der Magnetisierung von vorherigen Feldern ab.

2.2 Hysterese, Remanenz, Koerzitivfeldstärke und Sättigungsmagnetisierung ¹

Das Wort Hysterese (griech.: *hysteros* = hinterher) bezeichnet allgemein ein Systemverhalten, bei dem die Ausgangsgröße nicht nur vom Wert einer Variablen, sondern auch vom vorherigen Zustand abhängt; die Ausgangsgröße "hinkt" der Variablen also gewissermaßen "hinterher".

Bei ferromagnetischen Stoffen, z.B. beim im Versuch verwendeten Weicheisen, tritt Hystereseverhalten in Bezug auf die Magnetisierung auf. Die magnetische Flussdichte \vec{B} in einem Ferromagneten wird durch ein äußeres magnetisches Feld \vec{H} und durch die dadurch hervorgerufene Magnetisierung \vec{M} bestimmt. Es gilt:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{M} + \vec{H}) = \mu_0\mu_r\vec{H} \quad (2.7)$$

μ_0 ist die magnetische Feldkonstante, μ_r die Permeabilität des Magnets, die auch die Art des Magneten charakterisiert (para-, dia-, oder ferromagnetisch). Die Funktion $\vec{M}(\vec{H})$ ist hier die vom Hystereseeffekt betroffene Funktion. Die rechte Seite der Gleichung gilt nur für einen linearen Zusammenhang zwischen Magnetisierung und Feldstärke. Dies ist aber, vor allem bei niedrigen Feldstärken, oft in guter Näherung erfüllt.

Wird ein magnetisches Feld angelegt, so steigt die Flussdichte durch die Magnetisierung des Stoffes an und erreicht zusammen mit dem äußeren Feld bei H_s ihr Maximum. Wie in Abb. 2 zu sehen ist, strebt die Magnetisierung für $\vec{H} \rightarrow \pm\infty$ nicht ebenfalls gegen immer größere Werte sondern asymptotisch gegen einen bestimmten Wert $|B_s|$. Dieser Wert für \vec{B} wird Sättigungsmagnetisierung oder Sättigungsinduktion genannt. Er beschreibt die maximale Magnetisierung eines ferromagnetischen Materials, also den Zustand in dem alle magnetischen Momente entlang einer Richtung orientiert sind.

Geht das äußere Feld nun zurück, so nimmt die Flussdichte wieder ab, erreicht jedoch

¹Abschnitt nach [3]

beim Abfallen für gleiche Werte der Feldstärke größere Werte wie beim Ansteigen selbiger. Dies kommt durch den oben besprochenen Mechanismus, ausgelöst durch die Neuordnung der WEISSschen Bezirke, zustande. Die zurückbleibende Restmagnetisierung bei Verschwinden des äußeren Feldes (also $H = 0$) wird Remanenz B_r genannt.

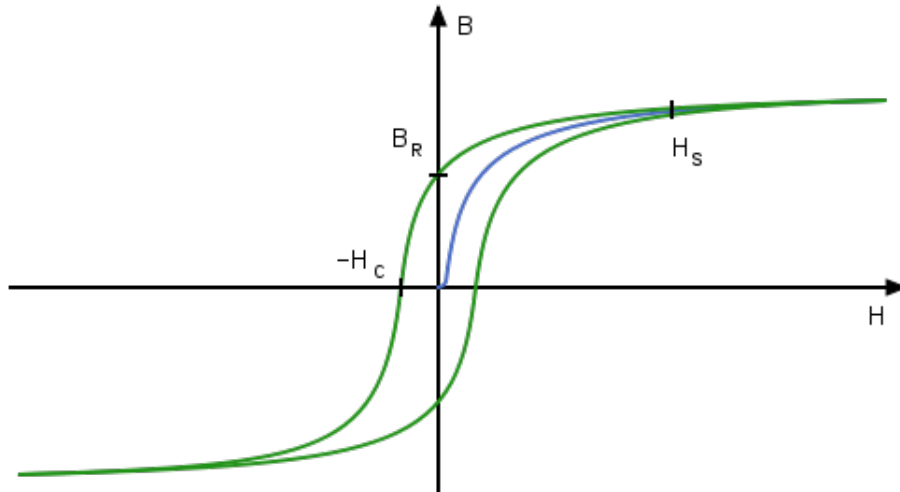


Abbildung 2: ferromagnetische Hysteresekurve als Diagramm \vec{B} gegen \vec{H} ; die Ursprungskurve entspricht der Erstmagnetisierung. [4]

Ein Umkehren der Feldstärke führt also zum Durchlaufen des “oberen” Astes der in Abb. 2 zu sehenden Hysteresekurve. Bei der sogenannte Koerzitivfeldstärke H_c (bzw. $-H_c$) durchläuft die Flussdichtekurve eine Nullstelle. Das bedeutet, dass das Material unter Einfluss der magnetischen Feldstärke H_c wieder vollständig magnetisiert ist.

2.2.1 Gyromagnetisches Verhältnis und LANDÉ-Faktor g

Das gyromagnetische Verhältnis γ_l ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen dem magnetischen Moment $\vec{\mu}_l$ und dem Drehimpuls \vec{l} eines Teilchens:

$$\vec{\mu}_l = \gamma_l \vec{l} \quad (2.8)$$

Der LANDÉ-Faktor charakterisiert das selbe Verhältnis, jedoch als einheitenlose Größe. Man definiert (mit der Elementarladung e und der Elektronenmasse m_e):

$$g_l = \frac{2m_e}{e} \gamma_l \quad (2.9)$$

Wie der Index l bei γ und g schon vermuten lässt, gibt es nicht nur für den Bahndrehimpuls l sondern auch für den Spin s ein gyromagnetisches Verhältnis γ_s und einen LANDÉ-Faktor $g_s = 2$. Nun soll im Experiment g_j auch für Kombinationen von l und s bestimmt werden, da in den meisten Materialien sowohl Bahndrehimpuls- als auch

Spin-Anteile vorliegen.

Wie schon erwähnt, gingen EINSTEIN und DE HAAS **klassisch** von einem reinen Bahndrehimpuls \vec{l} aus. Dann lässt sich g_l wie folgt herleiten. Das magnetische Moment berechnet sich bekanntlich (s.o.) nach $\vec{\mu}_l = I \cdot \vec{A} = e f A \cdot \vec{e}_A = \frac{1}{2} e \omega r^2 \cdot \vec{e}_A$. Den (Bahn-)Drehimpuls \vec{l} erhält man über $\vec{l} = m_e \omega r^2 \cdot \vec{e}_A$. Zusammen ergibt sich die Gleichung für g (verwende skalare μ_l und l):

$$g_l = \frac{2m_e \mu_l}{e l} = \frac{2m_e}{e} \frac{e}{2m_e} = 1 \quad (2.10)$$

Dies war auch der erwartete Wert des historischen Experiments, welcher jedoch nicht gemessen wurde. Eine zuverlässige Aussage war jedoch wegen des großen Fehlerbereichs ($\pm 10\%$) nicht möglich.

Bei der **quantenmechanischen** Betrachtung muss nun \vec{l} und \vec{s} betrachtet werden, also die Größe \vec{j} . Dieser Gesamtdrehimpuls erzeugt das magnetische Moment $\mu_j = \mu_l + \mu_s$. Nun unterscheiden sich jedoch die LANDÉ-Faktoren für l und s , weswegen man nicht ohne weiteres $\vec{\mu}_j \parallel \vec{j}$ fordern kann. Damit lässt sich auch das gesuchte g_j nicht einfach folgern. Eine quantenmechanische Rechnung zur Kopplung von \vec{l} und \vec{s} ergibt schließlich

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}. \quad (2.11)$$

Für reinen Spin-Anteil erhält man durch Einsetzen ($s = j = \frac{1}{2}, l = 0$) den schon erwähnten Faktor $g_s = 2$. Reiner Bahndrehimpuls ($j = l, s = 0$) ergibt den klassisch erhaltenen Faktor $g_l = 1$. Die quantenmechanische Betrachtung ist mit der klassischen konsistent. Je nach Elektronenkonfiguration (Besetzung der Valenzschale) des jeweiligen Atoms, berechnet man ein spezifisches g_j , da entweder l oder s überwiegen kann. Innere Schalen sind vollständig besetzt und haben damit kein magnetisches Moment. Für Eisen erhält man beispielsweise $g_j = 1.5$.

Betrachtet man nun nicht einzelne Atome sondern makroskopische Körper, so kann man die Wechselwirkung zwischen einzelnen Atomen nicht vernachlässigen. Zwischen den magnetischen Momenten gibt es weitere Kopplungen, welche den g -Faktor weiter beeinflussen. Aus diesem Grunde erhält man experimentell für reines Eisen (makroskopisch) den Wert $g_{Fe} = 2.09^2$. Die Überhöhung über den Wert 2 kommt durch relativistische Effekte. Im Rahmen der Festkörperphysik wird dieser Wert auch theoretisch vorhergesagt.

2.3 EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt

Es soll nun der eigentlich zu untersuchende Effekt besprochen werden. Wie schon erwähnt, erzeugt der Gesamtdrehimpuls \vec{j} eines jeden Elektrons (der Valenzschale) über die Beziehung $\vec{\mu}_j = \frac{e}{2m_e} g_j \cdot \vec{j}$ ein magnetisches Moment. Die Summe der \vec{j} aller Elektronen

²aus [9]

der Valenzschale ergibt dann einen Gesamtdrehimpuls \vec{j}_{ges} des Atoms. Das Volumenintegral der Magnetisierung \vec{M} eines makroskopischen Körpers entspricht der Summe \vec{J} über alle Atome des Körpers. Das Volumenintegral entspricht im Falle eines homogen strukturierten Körpers einer Multiplikation mit dem Volumeninhalt V desselben. Es gilt also die fundamentale Gleichung

$$\vec{M} \cdot V = \frac{e}{2m_e} g_j \cdot \vec{J}. \quad (2.12)$$

Ändert man nun die Magnetisierung des Körpers durch ein externes Feld, so ändert man nach (2.12) gleichzeitig den Drehimpuls des Körpers. Die Ausrichtung der mikroskopischen Drehimpulse \vec{j} durch die Magnetisierung wird gemäß der Drehimpulserhaltung durch die Änderung eines makroskopischen Drehimpulses \vec{J} ausgeglichen. Dies entspricht einer Drehung des magnetisierten Körpers.

Diese Rotation, zuerst beobachtet von EINSTEIN und DE HAAS, ist nun der eigentliche Effekt und wurde nach den Entdeckern EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt benannt.

Die Umkehrung des Effekts heißt BARNETT-Effekt. Hier erzeugt ein rotierender, ferromagnetischer Körper ein magnetisches Feld durch innere Magnetisierung.

2.4 Formel für g

Schließlich ergibt sich aus den obigen Ausführungen eine Formel für den LANDÉ-Faktor g_j . In (2.12) kann man zunächst die vektoriellen Größen durch die Skalare M und J ersetzen, da die Richtungen übereinstimmen. Daraus ergibt sich zunächst

$$g_j = \frac{2m_e}{e} \cdot V \cdot \frac{M}{J}. \quad (2.13)$$

Da der gesuchte LANDÉ-Faktor eine Konstante ist, können wir Gleichung (2.12) auch auf beiden Seiten nach der Zeit differenzieren. Mit der Definition des Drehmoments $D = \dot{J}$ erhält man dann die Bestimmungsgleichung für g_j :

$$g_j = \frac{2m_e}{e} \cdot V \cdot \frac{\dot{M}}{D} \quad (2.14)$$

Die Größen \dot{M} und D nehmen nach (2.12) (zeitlich) gleichzeitig ihr Maximum an. Dies bedeutet, dass man OBdA die Maxima dieser Größen einsetzen kann. Dies erlaubt die Verwendung der Maximalgrößen \dot{M}_{max} und D_{max} im Resonanzfall. Diese lassen sich später gut berechnen, da nur die Maximalamplituden der (zeitlich oszillierenden) Messgrößen gemessen werden müssen.

3 Der Versuchsaufbau

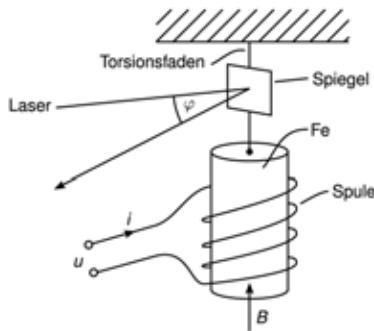


Abbildung 3: Skizze des Aufbaus [6]

Das geplante Experiment orientiert sich in Aufbau und Vorgehen am Originalexperiment. Die Ummagnetisierung erfolgt gemäß Abb. 3 durch eine Spule, in der (koaxial) ein zylindrischer Eisenkern drehbar aufgehängt ist. Der EINSTEIN-DE-HAAS-Effekt führt nun zu einer Drehung des Eisenkerns und damit zu einer Torsion des Fadens, die durch eine Optik verstärkt sichtbar gemacht wird.

Zur Messung wird die sogenannte Resonanzmethode verwendet. Hierbei wird nicht nur einmalig ummagnetisiert, sondern periodisch mit der Resonanzfrequenz des Oszillators. Es entstehen deutlich größere Amplituden, welche über einen langen Zeitraum gemessen werden können. Diese beiden Faktoren führen zu einer Verbesserung der Genauigkeit der Messung.

Gemessen werden die Resonanzamplituden des Oszillators, die elektrischen Größen an den Verstärkerausgängen und an der Spule. Außerdem wird das Ausschwingverhalten des Oszillators untersucht, um die Dämpfung zu bestimmen. Aus diesen Messgrößen kann schließlich der LANDÉ-Faktor berechnet werden.

3.1 Vorüberlegungen

Grundsätzlich benötigt man für den Torsionsoszillator ein Stativ. Dieses musste selber entworfen und gebaut werden. Da das Experiment magnetische Effekte untersucht, sollte dieses möglich ohne metallische Komponenten auskommen, da es sonst zu Feldstörungen kommen kann.

Das Stativ muss der Spannung des Torsionsfadens standhalten und entsprechende Aufnahmen für den Faden bieten. An einem Ende muss außerdem eine Spannvorrichtung angebracht werden.

Die untere Befestigung des Fadens sollte in zwei Dimensionen verschiebbar sein, um später die exakt lotrechte Ausrichtung des Fadens zu gewährleisten.

Der Torsionsfaden sollte ein richtig dimensioniertes Rückstellmoment besitzen, welche dem HOOKEschen Gesetz folgt. Die Dämpfung sollte eher schwach sein, um eine hohe Resonatorgüte zu erreichen.

Als Faden kamen verschiedene Instrumentensaiten in Frage. Klaviersaiten aus dem Torsionsoszillator des APs hatten zu starke Rückstellmomente, was zu hohen Resonanzfrequenzen führte. Dies hätte ein Ablesen der Amplitude stark erschwert. Kupferdraht als Feder war aufgrund der plastischen Verformung/Streckung nicht geeignet.

Die Wahl fiel schließlich auf eine Gitarrensaite aus Nylon, welche zwar anfangs der Spannung nachgab, mit der Zeit aber recht gleichbleibende Spannung lieferte.

Geringe Magnetfeldänderungen sollten große Magnetisierungsänderungen zur Folge haben. Der Metallkern sollte daher aus Eisen, möglichst Weicheisen bestehen, um einen möglichst starken ferromagnetischen Effekt zu erhalten. Der Kern muss durchbohrt werden und eine Klemmschraube besitzen, um ihn am Torsionsfaden befestigen zu können. Die Dimensionen des Eisenkerns sind nicht klar durch das Experiment vorgegeben. Es ist nicht von vornherein klar, welche Abmessung des Kerns zu einem stärkeren Effekt führt. Aus diesem Grund wurden drei Eisenkerne verschiedener Durchmesser verwendet. Die Länge der Kerne wurde auf 10 cm festgelegt.

Da es sich bei Weicheisen um ein Material mit geringem Hystereseverhalten handelt, müssen die Auswirkungen auf die Messungen abgeschätzt werden. Die Hystereseurve von Weicheisen ist vergleichsweise schmal, das heißt Remanenzflussdichte und Koerzitivfeldstärke haben kleine Werte. Dadurch ergeben sich erstens geringe Energieverluste, zweitens werden die Werte der maximalen Magnetisierungsänderung durch eine solche Hystereseurve kaum beeinflusst. Drittens bewegen wir uns im Bereich kleiner Feldstärken, in dem die oben angesprochen lineare Näherung gilt und die Sättigungsmagnetisierung nicht erreicht wird. Zusammenfassend kann davon ausgegangen werden, dass Hystereseeffekte eine vernachlässigbare Störung des Effekts und der Ergebnisse darstellen.

Die Spule zur Erzeugung der magnetischen Felder sollte zwecks Homogenität des Magnetfelds länger als die Kerne sein. Es ist eine höchstmögliche Feldstärke und damit ein maximaler AMPÈREwindungszahl anzustreben. Die genauen Spulendaten sind durch die Verstärkerspezifikationen (s.u.) diktiert. Die Sättigungsmagnetisierung des Eisenkerns sollte jedoch nicht erreicht werden, da dann die Permeabilität nicht mehr linear genähert werden kann.

Eventuell wird noch ein HELMHOLTZ-Spulenpaar zur Kompensation externer, magnetischer Störfelder benötigt.

An Geräten werden ein Leistungsverstärker, Sinusgenerator, Oszilloskop, Laserpointer auf Stativ, evtl. HELMHOLTZspulen samt Netzgerät, Temperaturfühler und ein OHMScher Widerstand (zur Strommessung) benötigt. Außerdem braucht man noch eine Skala zum Ablesen der Amplituden, Kompass und ein Multimeter.

3.2 Der endgültige Aufbau

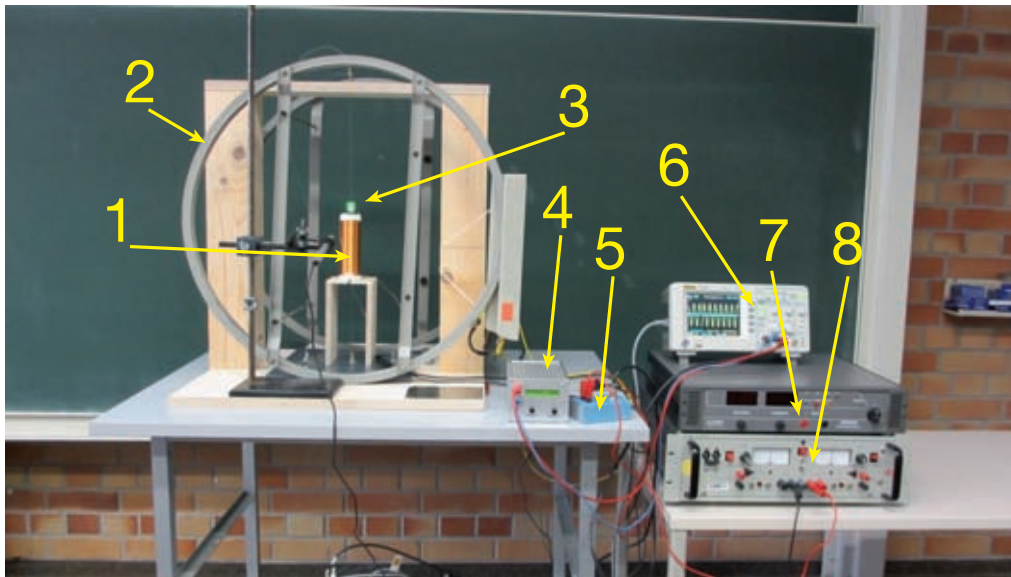


Abbildung 4: Endgültiger Aufbau; [1] Induktionsspule, [2] HELMHOLTZ-Spulenpaar, [3] Spiegel mit Laserpunkt, [4] Sinusgenerator, [5] 1 Ω -Widerstand, [6] Oszilloskop, [7] Stromversorgung des HELMHOLTZ-Spulenpaars, [8] Verstärker [eigene]

In Abb. 4 ist der endgültige, funktionsfähige Aufbau zu sehen. Im Folgenden wird die Ausführung der einzelnen Komponenten diskutiert.

Als Material für das Stativ wurde aufgrund der guten Bearbeitbarkeit Holz gewählt. Die einzelnen Teile wurden in den wissenschaftlichen Werkstätten gefertigt (Pläne, siehe Abb. 8 im Anhang). Zur Justierung des Fadens in das Lot wurde eine PVC-Platte gefertigt, mit Schlitz, um den Faden und die Platte zu verschieben.

Um den Faden auf der unteren Platte zu befestigen, wurde eine Klemmschraube aus dem AP verwendet, welche in den mittleren Schlitz der PVC-Platte geschraubt wurde und somit in eine Richtung verschiebbar war.

Oben wurde, wie in Abb. 5, der Faden mit einer durchbohrten Schraube und einer weiteren Klemmschraube, welche auf der durchbohrten Schraube sitzt, befestigt. Die durchbohrte Schraube geht komplett durch den oberen Balken und ist mit einer Mutter befestigt. So kann der Faden angezogen werden, indem die Schraube herausgedreht wird. Für die Spule wurde ein kleiner Tisch aus Holz gebaut, auf welchen die Spule gestellt wird. In den Eisenzyylinder wurde ein Gewinde geschnitten und eine Klemmschraube hineingeschraubt, mit welcher der Zylinder am Faden befestigt werden kann.

Als nächstes musste die Spule dimensioniert werden. Da sie etwas länger als der Zylinder sein sollte wurde eine Länge von 0,12 m und ein Durchmesser von 0,04 m gewählt. Als Spulenkörper wurde ein Kunststoffrohr gewählt. Zur Ermittlung der Windungszahl N wurde zuerst geschaut, welche Verstärker zur Verfügung standen und anhand derer

Daten die Windungszahl der Spule errechnet.

Die Wahl fiel auf einen Verstärker mit einer Spannung von ± 75 V und ± 6 A. Da ein möglichst großes Magnetfeld angestrebt werden sollte, wird die Windungszahl der Spule so bemessen, dass der Verstärker voll ausgelastet werden kann.

Dies wird über den Drahtwiderstand der Spule berechnet. Vollast erreicht der Verstärker bei $R = 75\text{V}/6\text{A} = 12,5\Omega$. Dieser Widerstand muss also dem Drahtwiderstand der Spule entsprechen. Es wurde ein Kupferlackdraht mit einem Durchmesser von 0,31 mm gewählt. Nun kann die Windungszahl der Spule berechnet werden über

$$N = \frac{R \cdot A}{\varrho_{\text{Kupfer}} \cdot D \cdot \pi} \quad (3.1)$$

mit dem Drahtquerschnitt A , dem Spulendurchmesser D und dem spezifischen Widerstand von Kupfer $\varrho_{\text{Kupfer}} = 1,678 \cdot 10^{-2} \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$. Daraus folgte eine Windungszahl von $N = 1778$ Windungen.

Die Spule wurde an einer Drehbank gedreht und die Windungszahl mit Hilfe eines Drehzahlmessers gezählt.

Leider wurde im Nachhinein festgestellt, dass die Angabe auf dem Spulendraht auf den Durchmesser und nicht auf den Querschnitt bezogen war. Daher konnten die 6 A des Verstärkers nicht komplett ausgenutzt werden, da der Widerstand zu hoch war. Es wurde ein Widerstand von $R = 49,3 \Omega$ gemessen. Im Endeffekt war das aber nicht schlimm, da die vorhandene Feldstärke auch ausreichte und die wichtigste Größe der Windungsstrom $N \cdot I$ ist.

Das nächste Element, was zur Messung benötigt wurde, war die Optik und die Skala zum Ablesen der Amplituden.

Hierfür wurde ein kleines Stück aus einer CD als Spiegel ausgeschnitten und an der Klemmschraube des Zylinders mit Zweikomponentenkleber befestigt (siehe Abb. 5). Auf diesen Spiegel wurde ein Laser ausgerichtet, welcher danach auf eine Skala an der gegenüberliegenden Wand (ca. 2 m Abstand) fiel. Die Skala wurde mit Hilfe eines Grafikprogrammes erstellt und in 0,25 cm Schritten auf einer Länge von ca. 120 cm ausgedruckt.

Nun fehlten nur noch die entsprechenden Geräte um die Messungen

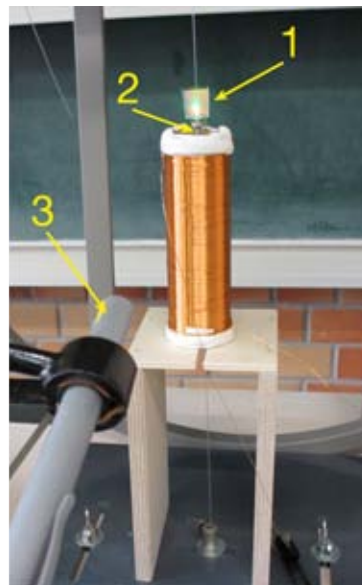


Abbildung 5: Detailansicht der Aufhängung des Kerns mittels Klemmschraube [2], Spiegel [1] und Laser [3] [eigene]

durchzuführen. Der Verstärker war schon vorhanden, jetzt wurde noch ein Frequenzgenerator benötigt, welcher auch die niedrigen Frequenzen im Bereich von 300 - 1500 mHz sauber generieren kann. Hierfür wurde ein selbstgebauter Frequenzgenerator aus dem AP verwendet, der die Voraussetzungen erfüllte.

Zur Messung der Ströme und Spannungen wurde noch ein Oszilloskop benötigt. Dieses wurde auch aus dem AP genommen. Um den Strom messen zu können, wurde ein Widerstand $R = 1\Omega$ zwischengeschaltet, sodass die am Oszilloskop angezeigte Spannung über dem Zwischenwiderstand (U_R) proportional zum fließenden Strom ist. Somit ist auch der Strom an der Spule bekannt, da es sich um eine Reihenschaltung handelt. Über $U = R \cdot I$ kann dann die an der Spule angelegte Spannung ($49,3\Omega \cdot \frac{U_R}{1\Omega}$) berechnet werden. Um später auch die Magnetisierungsänderung des Eisenkerns messen zu können, wurde die Gesamtspannung U_L an der Spule, d.h. die angelegte Spannung, welche wie oben beschrieben berechnet wird, plus die Induktionsspannung der Spule, parallel dazu auf dem zweiten Kanal des Oszilloskopes gemessen. Somit kann die Induktionsspannung als $U_{\text{Ind}} = U_L - 49,3 \cdot U_R$ berechnet werden. Da U_L und U_R um 180° phasenverschoben sind, können in der eben genannten Formel die Spannungen addiert statt subtrahiert werden. Abb. 6 zeigt den kompletten Schaltplan.

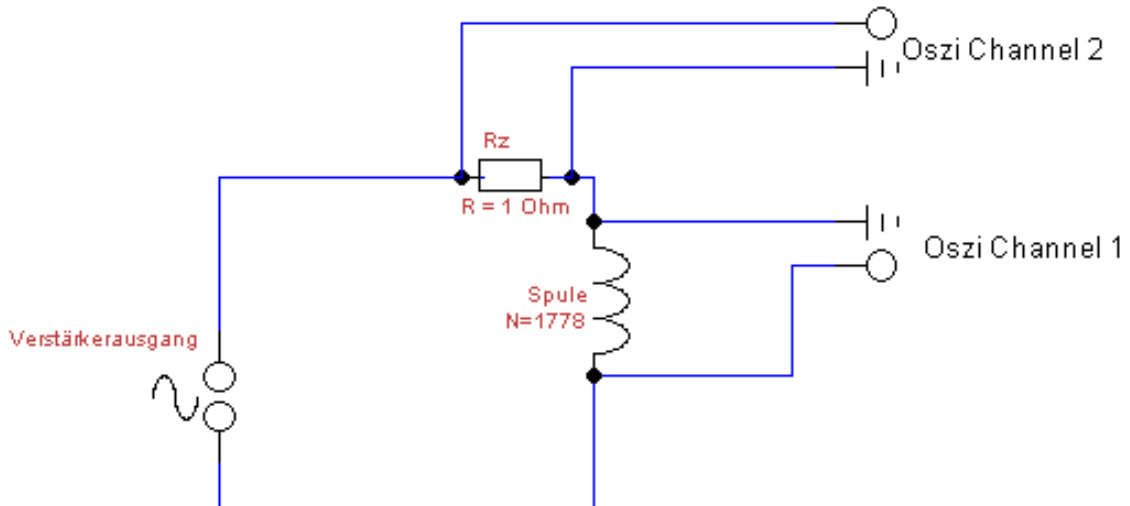


Abbildung 6: Schaltplan des Aufbaus

Später wurden zur Kompensation des Erdmagnetfeldes noch ein HELMHOLTZspulenpaar der Firma LEYBOLD-HERAEUS am Aufbau befestigt und an einen weiteren Verstärker angeschlossen. Die Daten der Spulen sind:

Radius $r = 32,5$ cm, Abstand $d = 32,5$ cm, Widerstand $R = 4\Omega$, Windungszahl $N = 68$

4 Messungen und Auswertungen

4.1 Vorbemerkungen

Mit dem verwendeten Aufbau konnte schon nach kurzem Kalibrieren der Parameter (Strom, Resonanzfrequenz, ...) ein Effekt beobachtet werden. Dieser war im Vergleich zu den Erwartungen sehr groß.

4.1.1 Endgültige Formeln

Zur Bestimmung der benötigten Werte wurden mehrere Messreihen durchgeführt. Dabei wurde die Schwingung des Laserpunktes auf der Skala immer mit einer Digitalkamera gefilmt um daraus später die maximalen Auslenkungen ablesen zu können. Außerdem wurde der Ausschwingvorgang gefilmt, um daraus die Amplituden und damit das logarithmische Dekrement zur Bestimmung der Dämpfung β zu erhalten.

Für die Berechnung von g nach Gleichung (2.4) werden die Größen \dot{M} und D benötigt. D kann aus der Maximalauslenkung α_r , der Dämpfung β , dem Trägheitsmoment Θ und der Resonanzfrequenz ω_0 nach (2.6) berechnet werden.

$$D_{\max} = \alpha_r \cdot \Theta \cdot \sqrt{4\beta^2\omega_0^2 - 4\beta^4}. \quad (4.1)$$

Im Fall schwacher Dämpfung gilt die Näherung $\omega_0 \gg \beta$ und damit:

$$D_{\max} \approx 2\Theta\beta\alpha_r\omega_0 \quad (4.2)$$

Diese Näherung hat sich auch bei den Messwerten bestätigt, da ω_0 und β zwei Größenordnungen auseinander liegen. Der Fehler bei der Berechnung aus den Messgrößen beläuft sich nach Fehlerfortpflanzung zu:

$$\delta D_{\max} = 2 (|\beta\alpha_r\omega_0| \delta\Theta + |\Theta\alpha_r\omega_0| \delta\beta + |\Theta\beta\omega_0| \delta\alpha_r + |\Theta\beta\alpha_r| \delta\omega_0) \quad (4.3)$$

Die maximale Magnetisierungsänderung \dot{M}_{\max} erhält man aus der Selbstinduktionsspannung U_{ind} der Spule sowie aus der angelegten Stromstärke I .

Die magnetische Feldstärke einer langen Spule beträgt $H = \frac{I \cdot N}{l}$. Es gilt bekanntlich für Induktionsspannung und magnetischen Fluss der Zusammenhang $U_{\text{ind}} = -N\dot{\Phi}$. Bei gleichbleibender Fläche A erhält man so $U_{\text{ind}} = -NAB\dot{B}$.

Mit der Beziehung zwischen der magnetischen Flussdichte, Magnetisierung und Feldstärke, $B = \mu_0(M + H)$, erhält man für die Magnetisierungsänderung

$$\begin{aligned} M &= \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{B}{\mu_0} - \frac{N \cdot I}{l} \\ \rightarrow \dot{M} &= -\frac{U_{\text{ind}}}{NA \cdot \mu_0} - \frac{N}{l} \dot{I} \end{aligned} \quad (4.4)$$

mit dem Fehler

$$\delta \dot{M} = \left| \frac{1}{NA \cdot \mu_0} \right| \delta U_{\text{ind}} + \left| \frac{U_{\text{ind}}}{N \mu_0 \cdot A^2} \right| \delta A + \left| \frac{N}{l^2} \dot{I} \right| \delta l + \left| \frac{N}{l} \right| \delta \dot{I}. \quad (4.5)$$

Auch hier können wieder die Maximalwerte $U_{\text{ind,max}}$ und \dot{I}_{max} eingesetzt werden um \dot{M}_{max} zu erhalten. Damit kann man nun nach $g_j = \frac{2m_e}{e} \cdot V \cdot \frac{\dot{M}}{D}$ den LANDÉ-Faktor aus den von uns aufgenommenen Messwerten berechnen.

Mit diesen Werten erhält man den Fehler für g_j aus der Fehlerfortpflanzung von Gleichung (2.4) nach

$$\delta g = \frac{2e}{m_e} \left(\left| l \frac{\dot{M}}{D} \right| \delta A + \left| A \frac{\dot{M}}{D} \right| \delta l + \left| \frac{A \cdot l}{D} \right| \delta \dot{M} + \left| \frac{A l \dot{M}}{D^2} \right| \delta D \right) \quad (4.6)$$

4.1.2 Angenommene Messfehler

Die Videos wurden mit einer Auflösung von 1920 x 1080 Pixeln und mit einer Framerate von 23,97 fps aufgenommen. Daraus und aus der räumlichen Ausdehnung des Laserpunktes auf der Skala ergeben sich Fehler von 0,75 mm im Ort und $1/23,97 \frac{\text{Frames}}{\text{s}} = 0,0417$ Sekunden pro Frame. Die Videos werden mit dem Programm VirtualDub ausgewertet, da dort Frameweise vorgetippt werden kann.

Weitere Fehler wurden angenommen für den Fehler in der Entfernung Spiegel - Skala, fertigungsbedingten Fehlern im Radius und der Länge der Zylinder und Ungenauigkeiten in der Messung der Masse des Zylinders und damit des Trägheitsmomentes. In Tabelle 1 sind die verschiedenen Fehler aufgelistet.

Tabelle 1: Angenommene Messfehler

δ	Fehler
Ort x [m]	$\pm 0,00075$
Zeitauflösung t [s/Frame]	$\pm 0,04$
Abstand Spiegel - Skala d [m]	$\pm 0,01$
Zylinderfläche A [m ²]	$\pm 9,4 \cdot 10^{-7}$
Zylinderlänge l [m]	$\pm 0,0001$
Trägheitsmoment Θ [kg·m ²]	$\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$

4.1.3 Bestimmung der Trägheitsmomente

Das Trägheitsmoment für die drei Zylinder wurde als Trägheitsmoment eines Hohlzylinders mit der Formel

$$\Theta_{\text{Hohlzylinder}} = \frac{1}{2}m(r_i^2 + r_a^2) \quad (4.7)$$

mit $r_i = 1,5$ mm für alle Zylinder und $r_{a,1} = 5$ mm, $r_{a,2} = 7,5$ mm und $r_{a,3} = 10$ mm, der Fehler wurde mit $\delta r_i = \delta r_a = \pm 0,2$ mm angenommen. Die Massen wurden gewogen und ergaben sich zu $m_1 = (55,66 \pm 0,005)$ g, $m_2 = (135,28 \pm 0,005)$ g und $m_3 = (240,7 \pm 0,005)$ g. Die Klemmschraube mit Spiegel wurde zusätzlich als Zylinder genähert und mit

$$\Theta_{\text{Zylinder}} = \frac{1}{2}mr^2 \quad (4.8)$$

berechnet. Die Masse der Schraube wurde zu $m_{\text{Schraube}} = (4,68 \pm 0,005)$ g bestimmt. Der Radius, gemittelt über die Form, wurde zu $r_S = (3,5 \pm 0,5)$ mm bestimmt. Daraus ergab sich ein Trägheitsmoment von

$$\Theta_{\text{Schraube}} = (2,87 \cdot 10^{-8} \pm 8,22 \cdot 10^{-9}) \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Daraus ergaben sich die Gesamtträgheitsmomente aus Addition von $\Theta_{\text{Zylinder}} + \Theta_{\text{Schraube}}$ zu den in Tabelle 2 aufgeführten Werten.

Die Fehler wurde nach folgender Formel berechnet:

$$\delta\Theta_{\text{Hohlzylinder}} = \frac{1}{2}(r_i^2 + r_a^2)\delta m + m(r_i + r_a/2)\delta r_i + m(r_a + r_i/2)\delta r_a \quad (4.9)$$

$$\delta\Theta_{\text{Schraube}} = \frac{1}{2}(r^2\delta m + 2mr\delta r) \quad (4.10)$$

Tabelle 2: Trägheitsmomente der verschiedenen Zylinder mit Schraube

Zylinder	Θ in kgm^2
1	$(7,87 \pm 0,82) \cdot 10^{-7}$
2	$(3,99 \pm 0,25) \cdot 10^{-6}$
3	$(1,23 \pm 0,06) \cdot 10^{-5}$

4.1.4 Vergleichsmessung der drei Zylinder

Da nicht bekannt war, welcher der drei Zylinder die größten Ausschläge ergeben wird, wurde im Vorfeld eine Vergleichsmessung der drei Zylinder durchgeführt, um zu ermitteln, bei welchem der Effekt am besten zu beobachten ist.

Die Messungen wurden bei einer gleichbleibenden Anregungsspannung von $\text{CH1}_{\text{max}} = 2,60$ V und durchgeführt.

Es wurden die Resonanzfrequenzen f_0 der Zylinder bestimmt und nach einem Einschwingvorgang von ein paar Minuten die Peak-to-Peak Auslenkung A_{rpp} gemessen. Dies ergab die in Tabelle 3 aufgeführten Werte:

Tabelle 3: Vergleichsmessung der drei verschiedenen Zylinder bei gleichbleibender Anregungsspannung, zur Ermittlung des größten Effektes

Zylinder	f_0 in mHz	A_{rpp} in m
1	1648	0,36
2	730	0,6
3	421	0,35

Man sieht, dass die Auslenkung bei Zylinder 2 mit Abstand am größten ist. Daher wurden die folgenden Messungen mit Zylinder 2 durchgeführt.

Eine klare Aussage über einen Zusammenhang zwischen Radius des Zylinders und Größe des Effektes lässt sich aufgrund dieser Messreihe leider nicht treffen. Allerdings gilt es auch zu berücksichtigen, dass durch den Aus- und Einbau der verschiedenen Zylinder immer nicht unerhebliche Änderungen am Gesamtsystem erfolgt sein könnten. Da die späteren Messwerte mit Zylinder 2 jedoch sehr zufriedenstellend waren, wurden aufgrund des zeitlichen Aufwands keine weiteren Messungen mit den anderen zwei Zylindern gemacht.

4.1.5 Überprüfung der Güte des Resonators

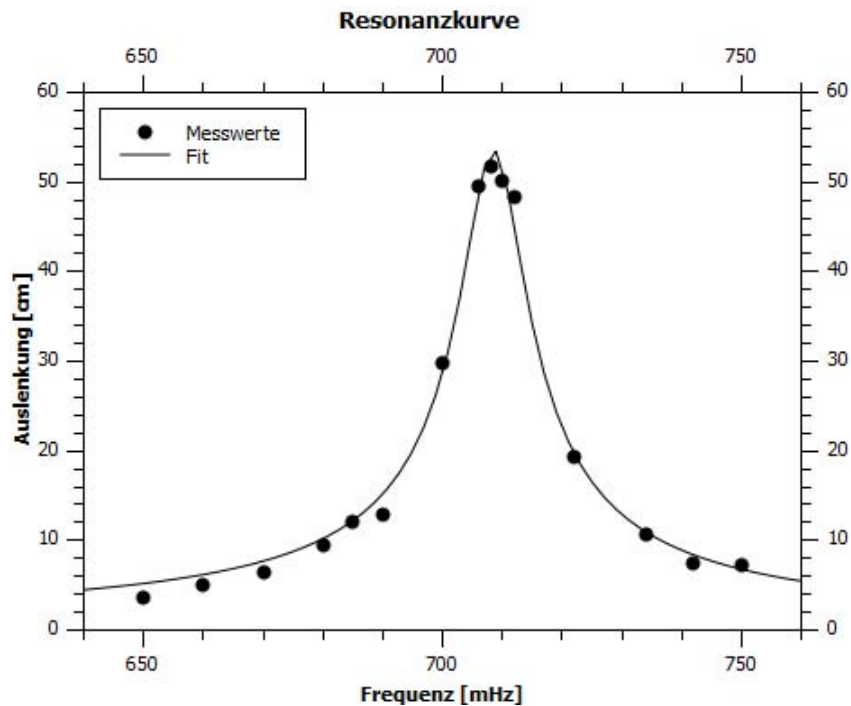


Abbildung 7: Resonanzkurve zur Überprüfung der Güte des Resonators. Mit Fit der Form $A(\omega) = \frac{D}{\Theta \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$

Um zu überprüfen, ob überhaupt eine gute Resonanz mit dem gebauten Resonator erzielbar ist, wurde noch eine Resonanzkurve aufgenommen. Diese ist in Abb. 7 zu sehen.

Die Resonanzfrequenz liegt also sehr scharf bei ca. bei ω_0 710 mHz. Allerdings hat sie sich im Laufe der Messungen aufgrund von Änderungen der Fadenspannung oder Aus- und Einbau anderer Zylinder immer wieder verändert und musste neu bestimmt werden. Die Resonatorgüte kann trotzdem als hoch angesehen werden.

4.2 Messung 1

Bei der ersten Messung, durchgeführt am 13.06.2012, wurde der mittlere Zylinder mit einem Radius von $r = 0,0075$ m verwendet. Der Abstand von Skala zu Spiegel wurde mit 1,96 m gemessen, was für alle Messungen in diesem Raum verwendet wurde.

Die Resonanzfrequenz wurde im Vorfeld durch eine Messung von 10 Ausschwingamplituden mit Stoppuhr bestimmt und der Frequenzgenerator darauf eingestellt. Da die Anzeigen des Generators und des Oszilloskopes oft unterschiedliche Werte für die Frequenz anzeigten, wurde auch per Augenmaß noch einmal nach der größten Amplitude gesucht.

Die eingestellte Spannung und die gemessene Gesamtspannung an der Spule sind in Tabelle 4 aufgeführt.

Tabelle 4: Spannungen bei Messung 1. Die Spannung an CH2 entspricht dem fließenden Strom und die Spannung an CH1 der Gesamtspannung an der Spule

Kanal	Spannungen	Fehler
$CH1_{max} = U_L$ in V	2,06	$\pm 0,06$
$CH2_{min} = \frac{U_R}{1\Omega} = I_{min}$ in A	-0,05	$0 \pm 0,005$
U_{Ind} in V	-2,11	$\pm 0,065$

Die Frequenzen, welche später zur Berechnung benutzt wurden, wurden jedoch aus dem Video ausgelesen, um einen möglichst genauen Wert zu haben. In Tabelle 5 sind die berechneten Werte aufgeführt.

Tabelle 5: Resonanz- und Anregungsfrequenz von Messung 1 mit n ausgelesenen Schwingungen

Resonanzfrequenz	$T_0 = t_0/n_0$ in s	δT_0	f_0 in Hz	δf_0	n_0	t_0 in s
	1,366	$\pm 2,09 \cdot 10^{-3}$	0,732	$\pm 1,12 \cdot 10^{-3}$	20	27,319
Anregungsfrequenz	T in s	δT	f in Hz	δf_0	n	t in s
	1,363	$\pm 2,09 \cdot 10^{-3}$	0,734	$\pm 1,12 \cdot 10^{-3}$	20	27,25

Die angegebenen Fehler wurden berechnet mit

$$\delta T_{(0)} = \frac{\delta t_{(0)}}{n_{(0)}} \quad (4.11)$$

$$\delta f_{(0)} = \delta f_{(0)} = \frac{1}{T_{(0)}^2} \delta T_{(0)} \quad (4.12)$$

Zur Berechnung von β wurden aus dem Video die Amplituden des Ausschwingvorgangs berechnet und daraus das logarithmische Dekrement

$$\Lambda = \ln \frac{A_1}{A_2} \quad (4.13)$$

berechnet. Die abgelesenen Werte wurden relativ zu einem Nullpunkt berechnet, welcher aus der Auswertung der Maximalamplituden berechnet wurde (Tabelle 6). Daraus lässt sich nun β mit

$$\beta = \frac{\Lambda}{T_0} \quad (4.14)$$

berechnen. In Tabelle 17 im Anhang sind die entsprechenden Werte aufgelistet. Der Fehler $\delta\beta$ wird berechnet über

$$\delta\beta = \frac{1}{A_1}\delta x + \frac{1}{A_2}\delta x + \frac{\Lambda}{T_0^2}\delta T_0 \quad (4.15)$$

Daraus erhält man einen Wert für β_1 von

$$\beta_1 = (0,0368 \pm 0,009) \frac{1}{s}$$

Nun müssen aus dem Video des Schwingvorgangs noch die Maximalamplituden ausgelesen werden. Dazu wird jeweils der rechte und linke Wert einer Messung abgelesen, daraus der Mittelpunkt berechnet und damit die relativen Amplituden berechnet. Diese wurden über

$$\alpha = \tan\left(\frac{A_r}{d}\right) \quad (4.16)$$

in den maximalen Auslenkwinkel α_r umgerechnet.

Aus der Auswertung des Videos und Mittelung über mehrere Werte ergaben sich folgende Werte für die maximale Amplitude. Die abgelesenen Werte sind im Anhang in Tabelle 18 zu finden.

Tabelle 6: Maximalamplitude Messung 1, gemittelt über mehrere Schwingungen. α steht hierbei für den abgelesenen Wert und α_r für die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt.

	<i>Links</i>	<i>Rechts</i>	<i>Mittelpunkt</i>
\bar{A}_r in m	0,380	0,816	0,598
σ_{A_r} in m	$\pm 0,002$	$\pm 0,004$	$\pm 0,001$
α in rad	0,191	0,395	0,296
$\delta\alpha$ in rad	$\pm 0,002$	$\pm 0,004$	$\pm 0,002$
α_r in rad	0,105	0,098	
$\delta\alpha_r$ in rad	$\pm 0,004$	$\pm 0,006$	
Mittelwert			
$\bar{\alpha}_r$ in rad	0,102		
$\delta\bar{\alpha}_r$ in rad	$\pm 0,005$		

mit

$$\delta\alpha = \left| \frac{d^2}{d^2 + A^2} \right| \delta A + \left| \frac{A}{A^2 + d^2} \right| \delta d \quad (4.17)$$

$$\delta\alpha_r = \delta\alpha_L + \delta\alpha_M \quad (4.18)$$

und

$$\delta\bar{\alpha}_r = \frac{1}{2} (\delta\alpha_{r,R} + \delta\alpha_{r,L}) \quad (4.19)$$

Für δA wird die Standardabweichung σ_{A_r} verwendet.

Der g-Faktor wird durch die Formel

$$g = \frac{2e}{m_e} \cdot A \cdot l \cdot \frac{\dot{M}}{D_{\max}} \quad (4.20)$$

mit \dot{M}_{\max} und D_{\max} wie in (4.4) und (4.1) definiert.

Die Fehler werden mit den Formeln (4.5), (4.3) und (4.6) berechnet.

Damit ergeben sich die Werte in Tabelle 7

Tabelle 7: Aus den Messwerten von Messung 1 errechnete Werte für \dot{I}_{\max} , D_{\max} , \dot{M}_{\max} und g

		Fehler
\dot{I}_{\max} in $\frac{\text{A}}{\text{s}}$	0,23	$\pm 0,02$
D_{\max} in Nm	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$\pm 0,5 \cdot 10^{-7}$
\dot{M}_{\max} in $\frac{\text{A}}{\text{m} \cdot \text{s}}$	$5,3 \cdot 10^6$	$\pm 0,2 \cdot 10^6$
g_1	0,009	$\pm 0,004$

4.2.1 Verschiedene Versuche zur Abschätzung äußerer Einflüsse

Da die Ergebnisse der ersten beiden Messungen sehr stark vom Literaturwert abweichen, wurden verschiedene Überlegungen dazu gemacht, wie vorhandene Messfehler die Ergebnisse beeinflussen könnten:

1. Ein möglicher Fall könnte sein, dass hauptsächlich Wirbelströme für die große Amplitude verantwortlich sind. Um dies zu prüfen, wurde ein weiterer Zylinder angefertigt, der jedoch aus Aluminium besteht. Würde dieser Schwingkörper ebenfalls eine Schwingbewegung ausführen, so könnte davon ausgegangen werden, dass jene Ringströme den beobachteten Effekt verursachen. Die Messung mit dem Aluminium-Zylinder entkräftete diese Annahme, da gar keine Schwingbewegung einsetzte (auch nicht bei voller Amplitude des Verstärkers). Dabei wurde diese Messung auf dieselbe Weise durchgeführt wie schon die Messungen mit den Weicheisenkernen. Somit kann man davon ausgehen, dass der gemessene Effekt magnetischer Natur war.
2. Ein weiterer möglicher Einfluss wurde in der Verkippung der Spule relativ zum Kern vermutet, da diese nicht exakt waagrecht auf dem Spulentisch befestigt

- war. Deshalb wurde durch gezieltes Verkippen der Spule versucht, eine Änderung der Amplitude zu beobachten. Es ergab sich eine Steigerung letzterer um ca. 10 %. Aufgrund dessen wurde die Spule dahingehend bearbeitet, dass ab sofort ein exakt waagerechtes Aufliegen auf dem Spulentisch möglich war.
3. Ein weiterer Messfehler wurde in der Zentrierung des Eisenkerns in der Spule vermutet. Dieser sollte optimalerweise exakt in der Mitte der Spule hängen. Um den Einfluss zu untersuchen, wurde das Spulenzentrum zu einer Seite hin soweit verschoben, dass sich Kern und Spule fast berührten. Diese Abweichung von einer zentrierten Anordnung hatte eine geringfügig Amplitudenänderung von kleiner als 1 % zur Folge, weshalb dieser Fehler eher zu vernachlässigen ist.
 4. Noch ein Einfluss könnte die vertikale Position des Eisenkerns in der Spule gehabt haben: Der Kern hing nur knapp unter dem oberen Ende der Spule und könnte somit schon in einen inhomogenen Bereich des durch die Spule erzeugten Magnetfeldes hineingereicht haben. Deshalb wurde die vertikale Position der Spule bewusst nach oben korrigiert. Hier wurde jedoch keine Veränderung festgestellt, weshalb diese mögliche Fehlerquelle auch zu vernachlässigen ist.
 5. Die letzte Vermutung für einen Störung der Messgrößen lag in dem Einfluss äußerer Magnetfelder, insbesondere des Erdmagnetfeldes. Um eine rein qualitative Beobachtung zu machen wurde darum ein starker Permanentmagnet in einem Abstand von ca. 0,3 m in Spulennähe angebracht. Dabei wurde eine Änderung von bis zu 100 % der Amplitude beobachtet. Dies führte zu der Überlegung, die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes mithilfe eines HELMHOLTZspulen-Paares zu kompensieren. Dazu muss das Spulenpaar in Richtung des Erdmagnetfeldes ausgerichtet werden. Die Ausrichtung wurde mit Hilfe zweier Kompassnadeln durchgeführt. Um die benötigte Stärke des Gegenfeldes zu bekommen, wurde einerseits das Feld der HELMHOLTZspulen so lange hochgeregelt, bis sich die Kompassnadeln in deren Mitte ohne Vorzugsrichtung frei drehen konnten. Andererseits wurde ein Minimum der Amplitude gesucht, da bisher zu große Amplituden gemessen worden waren, die durch ein äußeres Feld vermutlich verstärkt wurden.

So wurde eine weitere Messung durchgeführt.

4.3 Messung 2 - mit HELMHOLTZspulen

Die Vorgehensweise bei Messung 2, durchgeführt am 27.06.2012, ist analog zu Messung 1. Auch hier wird wieder der Zylinder 2 verwendet. Die Fehler für die einzelnen Gleichungen wurden auch mit den Formeln aus Kapitel 4.2 berechnet.

Die Ausrichtung der horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes wurde mit zwei

Kompassen bestimmt. Dann wurde der gesamte Versuchsaufbau danach ausgerichtet und der Strom der HELMHOLTZspulen so lange erhöht, bis sich der Magnet in ihrer Mitte nahezu ohne Vorzugsrichtung drehen konnte. Dies war bei einer Spannung von $U_H = 2,26$ V und einem Strom von $I_H = 0,08$ A der Fall.

Die angelegten und gemessenen Spannungen sind in Tabelle 8 aufgelistet.

Tabelle 8: Spannungen bei Messung 2. Die Spannung an CH2 entspricht dem fließenden Strom und die Spannung an CH1 der Gesamtspannung an der Spule

Kanal	Spannungen	Fehler
$CH1_{max} = U_L$ in V	19,6	$\pm 0,06$
$CH2_{min} = \frac{U_R}{1\Omega} = I_{min}$ in A	-0,4	$\pm 0,005$
U_{Ind} in V	-39,6	$\pm 0,3$

Auch hier wurde die Anregungs- und Resonanzfrequenz aus dem Video ausgelesen und in Tabelle 9 eingetragen.

Tabelle 9: Resonanz- und Anregungsfrequenz von Messung 2

Resonanzfrequenz	$T_0 = t_0/n_0$ in s	δT_0	f_0 in Hz	δf_0	n_0	t_0 in s
	1,395	$\pm 0,002$	0,717	$\pm 0,001$	20	27,9
Anregungsfrequenz			f in Hz	δf_0	n	t in s
			0,72	$\pm 0,03$	10	13,84

Zur Bestimmung von β wurden wieder die Ausschwingamplituden aus dem Video ausgelesen und das logarithmische Dekrement berechnet. Die Werte sind in Tabelle 19 im Anhang aufgeführt. Absolute Werte sind die abgelesenen Werte auf der Skala, relative Werte sind relativ zu einem Mittelpunkt, welcher aus der Messung der Maximalamplituden bestimmt wurde (Tabelle 10).

Damit erhält man einen Wert für β_2 von

$$\beta_2 = (0,0442 \pm 0,0002) \frac{1}{s}$$

Die Maximalamplituden wurden nun wieder ausgelesen und mit Gleichung (4.16) in Winkel umgerechnet, wie in Tabelle 10 aufgeführt. Die kompletten Messdaten sind im Anhang in Tabelle 20 zu finden.

Tabelle 10: Maximalamplituden von Messung 2, umgerechnet in Winkel. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt

	Messung 2		
α in rad	0,1761	0,1962	0,1862
α_r in rad	0,010	0,010	
$\bar{\alpha}_r$ in rad	0,010		
Fehler:			
$\delta\alpha$ in rad	$\pm 0,0006$	$\pm 0,0006$	$\pm 0,0004$
$\delta\alpha_r$ in rad	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	
$\delta\bar{\alpha}_r$ in rad	$\pm 0,001$		

Hieraus lassen sich nun wieder die Werte zur Bestimmung von g_2 errechnen. Diese sind in Tabelle 11 aufgeführt.

Tabelle 11: Aus den Messwerten von Messung 2 errechnete Werte für \dot{I}_{max} , D_{max} , \dot{M}_{max} und g

		Fehler
\dot{I}_{max} in $\frac{A}{s}$	1,8	$\pm 0,1$
D_{max} in N·m	$2,8 \cdot 10^{-8}$	$\pm 0,4 \cdot 10^{-8}$
\dot{M}_{max} in $\frac{A}{m \cdot s}$	$1,0 \cdot 10^8$	$\pm 0,6 \cdot 10^8$
g_2	0,9	$\pm 1,1$

Der durch die Messung mit den HELMHOLTZspulen erhaltene Wert lässt schlussfolgern, dass das Erdmagnetfeld den vermuteten Einfluss auf die Messergebnisse hatte - das Ergebnis liegt schon wesentlich näher am Literaturwert.

Es war jedoch weiterhin Verbesserungspotential vorhanden: Der Raum, in dem die Messungen durchgeführt wurden, verursachte starke Schwankungen in Stärke und Richtung des Erdmagnetfeldes, was man leicht mit dem Kompass feststellen konnte: geringe Verschiebungen innerhalb des Raumes führten teilweise zu einer Richtungsänderung des Magnetfeldes von bis zu 30° . Vor allem der Türrahmen aus Metall sowie der Kabelkanal hinter dem Versuchsaufbau könnten die Ursachen dafür sein.

Um ein homogeneres Magnetfeld oder zumindest großflächigere Feldstörungen zu erhalten, wurde ein größerer Raum benötigt, der weniger Störungen verursacht. Deshalb wurde ein großer Vorlesungssaal (R711) als Durchführungsort des Experiments gewählt:

Dort konnte mithilfe der beiden Kompassse festgestellt werden, dass die Richtungsänderung des Magnetfeldes nur gering ausfielen.

4.4 Messung 3 - in R711

Die dritte Messreihe wurde am 02.07.2012 im großen Hörsaal R711 der Uni aus oben genannten Gründen aufgenommen. Die Vorgehensweise war prinzipiell die selbe. Der Abstand von Spiegel zu Skala betrug nun aber $d = 2,07$ m. Die Richtung des resultierenden horizontalen Magnetfeldes wurde wieder mit zwei Kompassen bestimmt und der Aufbau danach ausgerichtet. Ebenso wurde die benötigte Stärke des Kompensationsfeldes wieder dadurch bestimmt, dass das Feld so lange hochgeregelt wurde, bis sich der Kompass in der Mitte ohne Vorzugsrichtung drehen konnte. Dies war bei einer Spannung von $U_H = 0,59$ V und einem Strom von $I_H = 0,06$ A der Fall.

Da schnell erkennbar war, dass die Ergebnisse in dieser Konstellation noch besser werden würden, wurden gleich zwei Messreihen aufgenommen, welche zum Vergleich hier parallel aufgeführt werden.

Die Messreihen unterscheiden sich nur in der angelegten Spannung und daraus resultierenden anderen Amplituden.

Die Spannungen und Ströme sind in Tabelle 12 dargestellt.

Tabelle 12: Spannungen und Ströme bei Messung 3.1 und 3.2

Kanal	Messung 3.1	Messung 3.2	Fehler
$CH1_{\max} = U_L$ in V	19,6	37,8	0,06
$CH2_{\min} = \frac{U_R}{1\Omega} = I_R$ in A	-0,4	-1,4	0,005
U_{Ind}	-39,58	-107,74	0,07

Da der Aufbau unverändert blieb, sind die Resonanz- und Anregungsfrequenz für beide Messungen identisch. Die Frequenzen sind aufgeführt in Tabelle 13.

Tabelle 13: Resonanz- und Anregungsfrequenz von Messung 3

T_0 in s	δT_0 in s	f_0 in Hz	δf_0 in Hz	f in Hz	δf in Hz
1,370	$\pm 0,002$	0,730	$\pm 0,001$	0,73	$\pm 0,03$

Ebenso änderte sich β_3 nicht. Die Wertetabelle Tabelle 21 zur Berechnung von β_3 befindet sich im Anhang.

Es wurde ein Wert für β_3 von

$$\beta_3 = (4,82 \pm 0,03) \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{s}}$$

ermittelt.

Die Auswertung der maximalen Auslenkung in Tabelle 14 ergab den erwarteten Unterschied und die größeren Ausschläge bei der höheren Spannung. Die abgelesenen Werte können im Anhang in Tabelle 22 betrachtet werden.

Tabelle 14: Maximalamplituden, umgerechnet in Winkel der Messungen 3.1 und 3.2. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt

	Messung 3.1			Messung 3.2		
α in rad	0,176	0,196	0,186	0,164	0,217	0,191
α_r in rad	0,010	0,010		0,027	0,026	
$\bar{\alpha}_r$ in rad	0,010			0,026		
Fehler:						
$\delta\alpha$ in rad	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	$\pm 0,001$	$\pm 0,002$	$\pm 0,002$	$\pm 0,001$
$\delta\alpha_r$ in rad	$\pm 0,001$	$\pm 0,002$		$\pm 0,004$	$\pm 0,003$	
$\delta\bar{\alpha}_r$ in rad	$\pm 0,002$			$\pm 0,003$		

Daraus ergeben sich die in Tabelle 15 aufgeführten Werte.

Tabelle 15: Aus den Messwerten von Messung 3.1 und 3.2 errechnete Werte für \dot{I}_{max} , D_{max} , \dot{M}_{max} und g

	Messung 3.1		Messung 3.2	
		Fehler		Fehler
\dot{I}_{max} in $\frac{A}{s}$	1,8	$\pm 0,1$	6,4	$\pm 0,3$
D_{max} in $10^{-8}N \cdot m$	1,78	$\pm 0,40$	4,66	$\pm 0,94$
\dot{M}_{max} in $10^8 \frac{A}{m \cdot s}$	1,00	$\pm 0,57$	2,73	$\pm 0,16$
g_3	1,36	$\pm 1,84$	1,41	$\pm 1,88$

5 Ergebnisse und Diskussion

Es ist gut zu sehen, dass die Maßnahmen zur Reduktion äußerer Felder dahingehend erfolgreich waren, dass der Literaturwert nun im Fehlerbereich unserer Ergebnisse liegt. Die beiden Werte aus Messung 3.1 und 3.2 sind annähernd gleich und zeigen, dass auch für unterschiedliche Spannungen und daher unterschiedliche Felder der Wert ungefähr gleich bleibt. In Tabelle 16 sind die endgültigen Ergebnisse für g nochmal zusammengefasst.

Tabelle 16: Zusammenfassung der Ergebnisse

Messung	g -Faktor	Fehler	Kommentar
Messung 1	0,0094	$\pm 0,0039$	kleiner Raum
Messung 2	0,87	$\pm 1,10$	kleiner Raum, HELMHOLTZ-Spulenpaar
Messung 3.1	1,36	$\pm 1,84$	R711, HELMHOLTZ-Spulenpaar
Messung 3.2	1,41	$\pm 1,88$	
Literaturwert	$2,09^3$		

Die Reproduzierbarkeit ist nur eingeschränkt gewährleistet, da keine Vergleichsmessungen mit anderen Zylindern und evtl. anderer Fadenspannung, d.h. anderen Parameter, durchgeführt wurden. Mehr als zwei Messwerte waren aus zeitlichen Gründen nicht möglich.

Verschiedene Maßnahmen um die Messung und die Durchführung zu verbessern sind in Kapitel 6 aufgeführt.

6 Fazit und Ausblick

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die erhaltenen Werte zufriedenstellend sind. Innerhalb des Fehlerbereichs wurde die Theorie bestätigt. Jedoch ist es nicht möglich anhand der LANDÉ-Faktoren g_j auszusagen, welcher Drehimpuls für den Magnetismus verantwortlich ist, da gemäß den erhaltenen Ergebnissen sowohl Bahndrehimpuls als auch Elektronenspin die Ursache dafür sein könnten.

Es besteht jedoch noch Potential, den Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung zu optimieren:

Die Verminderung von externen Störungen durch das Erdmagnetfeld und gebäudebedingte Störfelder sorgen nach wie vor für die größten Fehler bei den Ergebnissen. Um dies zu erreichen, könnte der Versuch außerhalb des Gebäudes durchgeführt und die Größe sowie Richtung des Feldes genauer bestimmt werden. Der Vorteil einer Versuchsdurchführung draußen wäre ein homogeneres Erdmagnetfeld ohne Störungen durch Gebäudeteile (Stahlbeton, Kabelkanäle, ...). Eine weitere Überlegung wäre, ein zweites HELMHOLTZspulen-Paar zu verwenden, um eine eventuell resultierende horizontale Komponente des Magnetfeldes zu kompensieren, da auch von den Spulen selbst Störungen

verursacht werden.

Noch eine Möglichkeit, das Experiment zu optimieren, wäre eine Modifikation der Aufhängung des Schwingkörpers dahingehend, dass ein Wechsel der Eisenkerne einfacher und schneller vonstatten gehen kann. So könnte auch umgangen werden, dass der Torsionsfaden bei jeder Durchführung erneut gespannt werden muss und man einen bei jeder Messung konstanten Dämpfungsfaktor β erhält. Deshalb wäre auch ein anderes Material wie beispielsweise Glas oder Metall für den Torsionsfaden sinnvoll, sodass eine Entspannung nicht mehr möglich ist.

Bei der Durchführung des Versuchs sollte mehr Zeit für den Einschwingvorgang genutzt werden, da sich während der Messung gezeigt hat, dass sich die Umkehrpunkte nach links und rechts auf der Skala verschoben haben.

Ferner wäre ein präziserer Frequenzgenerator zur Schwingungsanregung nützlich, da es bei dem verwendeten Gerät schwierig war, die Frequenzen genau einzustellen sowie auszulesen. Außerdem verschob der Frequenzgenerator nach einiger Schwingdauer den Nullpunkt der Schwingung. Auch die Verwendung des Oszilloskops könnte verbessert werden, da es nicht möglich war, die Frequenz genau auszulesen. Außerdem war die Einstellung der Stromversorgung der HELMHOLTZspulen in dem benötigten Bereich (< 1 A) zu ungenau, was auch dazu führt, dass das Erdmagnetfeld nicht exakt kompensiert werden kann.

Danksagungen

Abschließend möchten wir noch folgenden Personen danken:

Herrn Dr. Bernd-Uwe Runge, Thomas Lorenz sowie Uwe Hess für Unterstützung und Betreuung;

Dr. Philipp Möhrke, Herrn Kohllöffel und Herrn Döpfner für die Bereitstellung von Materialien und Gerätschaften;

Den Mitarbeitern der wissenschaftlichen Werkstätten für die zügige Fertigung diverser Bauteile.

Literatur

- [1] A. EINSTEIN; *Experimenteller Nachweis der AMPÈRESchen Molekularströme*, erschienen in “Die Naturwissenschaften”, Dritter Jahrgang, Heft 19, 7. Mai 1915
- [2] A. EINSTEIN, W.J. DE HAAS; *Experimenteller Nachweis der AMPÈRESchen Molekularströme*, Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt; 19.2.1915
- [3] ILLING, BERND; SYMHOVEN, DAVID; *Hysterese - Stromwaage.pdf*, Juni 2011
- [4] <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c9/Hysteresiskurve.svg>
- [5] NOLTING, WOLFGANG; *Grundkurs Theoretische Physik 1 - klassische Mechanik*, 8. Auflage, Spinger-Verlag
- [6] MARET, BURKARD; *Physik IV: Integrierter Kurs*, Konstanz, Version April 2012
- [7] <http://www.ptb.de/de/publikationen/jahresberichte/jb2005/bilder/ndj/ndjs23.jpg>, Juli 2012
- [8] ANDREAS SCHWABE, CAROLIN RÖDEL, FRIEDRICH HEBERLEIN, SEBASTIAN BAUERSCHMIDT, TOBIAS BIERLEIN; *Einstein-de-Haas-Effekt Projekt 4*; Uni Erlangen; Wintersemester 05/06
- [9] <http://www.nist.gov/pml/index.cfm>, Juli 2012

Abbildungsverzeichnis

1	Berechnung von Θ_{Zyl}	5
2	ferromagnetische Hysteresekurve	8
3	Skizze des Aufbaus [6]	11
4	Endgültiger Aufbau; [1] Induktionsspule, [2] HELMHOLTZ-Spulenpaar, [3] Spiegel mit Laserpunkt, [4] Sinusgenerator, [5] 1 Ω -Widerstand, [6] Oszilloskop, [7] Stromversorgung des HELMHOLTZ-Spulenpaars, [8] Verstärker [eigene]	13
5	Detailansicht der Aufhängung des Kerns mittels Klemmschraube [2], Spiegel [1] und Laser [3] [eigene]	14
6	Schaltplan des Aufbaus	15
7	Resonanzkurve zur Überprüfung der Güte des Resonators. Mit Fit der Form $A(\omega) = \frac{D}{\Theta \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$	20
8	Zeichnungen der Aufbaukomponenten	33

Tabellenverzeichnis

1	Angenommene Messfehler	17
2	Trägheitsmomente der verschiedenen Zylinder mit Schraube	18
3	Vergleichsmessung der drei verschiedenen Zylinder bei gleichbleibender Anregungsspannung, zur Ermittlung des größten Effektes	19
4	Spannungen bei Messung 1. Die Spannung an CH2 entspricht dem fließenden Strom und die Spannung an CH1 der Gesamtspannung an der Spule	21
5	Resonanz- und Anregungsfrequenz von Messung 1 mit n ausgelesenen Schwingungen	21
6	Maximalamplitude Messung 1, gemittelt über mehrere Schwingungen. α steht hierbei für den abgelesenen Wert und α_r für die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt.	22
7	Aus den Messwerten von Messung 1 errechnete Werte für \dot{I}_{\max} , D_{\max} , \dot{M}_{\max} und g	23
8	Spannungen bei Messung 2. Die Spannung an CH2 entspricht dem fließenden Strom und die Spannung an CH1 der Gesamtspannung an der Spule	25
9	Resonanz- und Anregungsfrequenz von Messung 2	25
10	Maximalamplituden von Messung 2, umgerechnet in Winkel. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt	26
11	Aus den Messwerten von Messung 2 errechnete Werte für \dot{I}_{\max} , D_{\max} , \dot{M}_{\max} und g	26
12	Spannungen und Ströme bei Messung 3.1 und 3.2	27
13	Resonanz- und Anregungsfrequenz von Messung 3	27
14	Maximalamplituden, umgerechnet in Winkel der Messungen 3.1 und 3.2. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt	28
15	Aus den Messwerten von Messung 3.1 und 3.2 errechnete Werte für \dot{I}_{\max} , D_{\max} , \dot{M}_{\max} und g	28
16	Zusammenfassung der Ergebnisse	29
17	Dämpfungsbestimmung von Messung 1	34
18	Abgelesene Maximalamplituden bei Messung 1	34
19	Dämpfungsbestimmung Messung 2	35
20	Maximalamplituden und Umrechnung in Winkel der Messung 2. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt	35
21	Dämpfungsbestimmung Messung 3	36
22	Maximalamplituden und Umrechnung in Winkel der Messungen 3.1 und 3.2. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt	37

7 Anhang

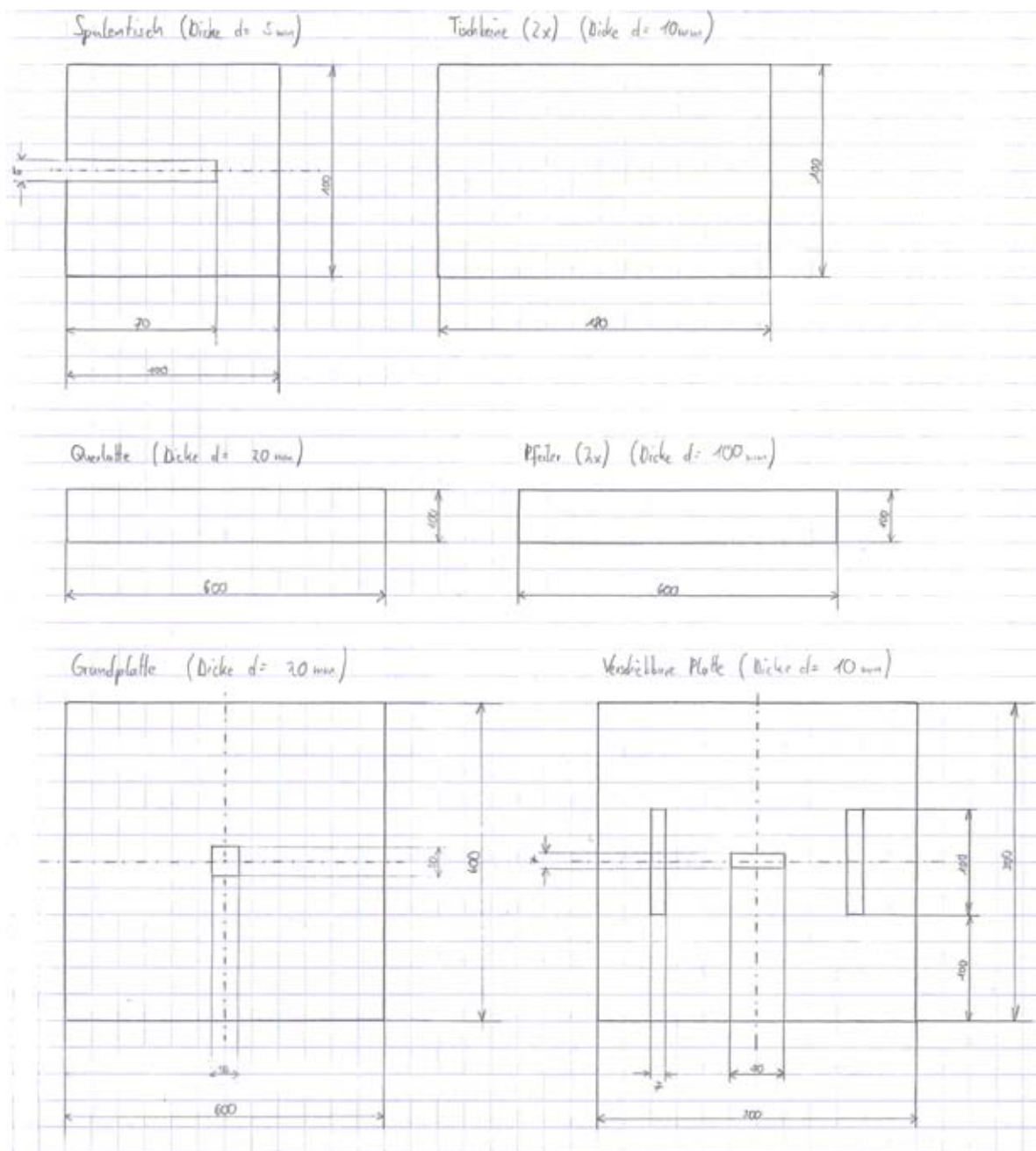


Abbildung 8: Zeichnungen der Aufbaukomponenten

Tabelle 17: Dämpfungsbestimmung von Messung 1

Nr.	A [m]	Λ	β_1 [$\frac{1}{s}$]	$\delta\beta_1$ [$\frac{1}{s}$]
1	0,2181			
2	0,2106	0,0350	0,0256	$\pm 0,0070$
3	0,2006	0,0487	0,0356	$\pm 0,0074$
4	0,1893	0,0577	0,0423	$\pm 0,0078$
5	0,1806	0,0473	0,0346	$\pm 0,0082$
6	0,1731	0,0424	0,0311	$\pm 0,0085$
7	0,1631	0,0595	0,0436	$\pm 0,0090$
8	0,1543	0,0551	0,0404	$\pm 0,0095$
9	0,1471	0,0481	0,0352	$\pm 0,0100$
10	0,1406	0,0452	0,0331	$\pm 0,0105$
11	0,1321	0,0624	0,0457	$\pm 0,0111$
12	0,1256	0,0505	0,0369	$\pm 0,0117$
13	0,1193	0,0511	0,0374	$\pm 0,0123$
Mittelwert		0,0502	0,0368	$\pm 0,0094$
Standartabweichung		0,0077	0,0056	$\pm 0,0017$

Tabelle 18: Abgelesene Maximalamplituden bei Messung 1

Nr.	A_L [m]	A_R [m]	A_M [m]
1	0,37675	0,82	0,598375
2	0,38175	0,815	0,598375
3	0,38175	0,81	0,595875
4	0,37875	0,82	0,599375
5	0,38	0,81675	0,598375
Mittelwert	0,3798	0,81635	0,598075
Standartabweichung	0,002	0,004	0,001

Tabelle 19: Dämpfungsbestimmung Messung 2

Nr.	A absolut [m]	A relativ [m]	Λ	β_2 [$\frac{1}{s}$]	$\delta\beta_2$ [$10^{-4}\frac{1}{s}$]
1	0,475	0,16825			
2	0,48375	0,1595	0,053407	0,038285	$\pm 2,33$
3	0,49125	0,152	0,048163	0,034526	$\pm 2,19$
4	0,5	0,14325	0,059289	0,042501	$\pm 2,22$
5	0,51	0,13325	0,072364	0,051874	$\pm 2,26$
6	0,51625	0,127	0,048040	0,034437	$\pm 1,91$
7	0,526	0,11725	0,079879	0,057261	$\pm 2,17$
8	0,5325	0,11075	0,057033	0,040884	$\pm 1,84$
9	0,54	0,10325	0,070122	0,050267	$\pm 1,90$
10	0,5475	0,09575	0,075413	0,054059	$\pm 1,88$
11	0,55375	0,0895	0,067502	0,048389	$\pm 1,72$
12	0,55875	0,0845	0,057487	0,041209	$\pm 1,55$
13	0,563	0,08025	0,051605	0,036993	$\pm 1,44$
Mittelwert			0,061692	0,044224	$\pm 1,95$
Standartabweichung			$\pm 0,010966$	$\pm 0,007861$	$\pm 0,289$

Tabelle 20: Maximalamplituden und Umrechnung in Winkel der Messung 2. α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt

Messung 2			
Nr.	A_L [m]	A_R [m]	A_M [m]
1	0,60625	0,68125	0,64375
2	0,60625	0,68250	0,64438
3	0,60375	0,68000	0,64188
4	0,60375	0,68250	0,64313
5	0,60625	0,68000	0,64313
Mittelwert	0,60525	0,68125	0,64325
Standartabweichung	0,00137	0,00125	0,00093
Umrechnung in Winkel:			
α	0,17608	0,19623	0,18618
α_r	0,01010	0,01006	
$\bar{\alpha}_r$	0,01008		
Fehler:			
$\delta\alpha$	$\pm 0,00064$	$\pm 0,00057$	$\pm 0,00043$
$\delta\alpha_r$	$\pm 0,00107$	$\pm 0,00100$	
$\delta\bar{\alpha}_r$	$\pm 0,00103$		

Tabelle 21: Dämpfungsbestimmung Messung 3

Nr.	A absolut [m]	A relativ [m]	Λ	β_3 [$\frac{1}{s}$]	$\delta\beta_3$ [$10^{-4}\frac{1}{s}$]
1	0,11125	0,290			
2	0,135	0,266	8,543E-02	6,236E-02	3,995E-04
3	0,14875	0,253	5,301E-02	3,870E-02	3,429E-04
4	0,1675	0,234	7,714E-02	5,631E-02	3,519E-04
5	0,1775	0,224	4,371E-02	3,191E-02	2,991E-04
6	0,19375	0,208	7,538E-02	5,502E-02	3,199E-04
7	0,2075	0,194	6,855E-02	5,003E-02	2,959E-04
8	0,21675	0,185	4,891E-02	3,570E-02	2,615E-04
9	0,23	0,171	7,450E-02	5,438E-02	2,776E-04
10	0,24125	0,160	6,793E-02	4,958E-02	2,569E-04
11	0,25	0,151	5,622E-02	4,104E-02	2,329E-04
12	0,26125	0,140	7,727E-02	5,640E-02	2,453E-04
13	0,27	0,131	6,451E-02	4,709E-02	2,202E-04
Mittelwert			6,605E-02	4,821E-02	2,920E-04
Standartabweichung			1,298E-02	9,477E-03	5,375E-05

Tabelle 22: Maximalamplituden und Umrechnung in Winkel der Messungen 3.1 und 3.2.
 α bezeichnet den gemessenen Wert und α_r die Auslenkung relativ zum Mittelpunkt

	Messung 3.1			Messung 3.2		
Nr.	A_L [m]	A_R [m]	A_M [m]	A_L [m]	A_R [m]	A_M [m]
1	0,36900	0,41375	0,39138	0,34250	0,45500	0,39875
2	0,36875	0,41375	0,39125	0,33750	0,46250	0,40000
3	0,36875	0,41125	0,39000	0,34500	0,45250	0,39875
4	0,36625	0,40875	0,38750	0,35250	0,45750	0,40500
5	0,36875	0,41000	0,38938	0,34000	0,45750	0,39875
\bar{A}	0,36830	0,41150	0,38990	0,34350	0,45700	0,40025
σ_A	0,00115	0,00224	0,00158	0,00576	0,00371	0,00271
Umrechnung in Winkel:						
α	0,17608	0,19623	0,18618	0,16444	0,21729	0,19100
α_r	0,01010	0,01006		0,02656	0,02629	
$\bar{\alpha}_r$	0,01008			0,02642		
Fehler:						
$\delta\alpha$	$\pm 0,00054$	$\pm 0,00104$	$\pm 0,00074$	$\pm 0,00271$	$\pm 0,00171$	$\pm 0,00126$
$\delta\alpha_r$	$\pm 0,00128$	$\pm 0,00178$		$\pm 0,00397$	$\pm 0,00297$	
$\delta\bar{\alpha}_r$	$\pm 0,00153$			$\pm 0,00347$		