2.8. Saitenschwingungen

Ziel

Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Länge, Spannung und Schwingungsfrequenz einer Metallsaite.

Hinweise zur Vorbereitung

Die Antworten auf diese Fragen sollten Sie vor der Versuchdurchführung wissen. Sie sind die Grundlage für das Gespräch mit Ihrer Tutorin/Ihrem Tutor vor dem Versuch. Informationen zu diesen Themen erhalten Sie in der unten angegebenen Literatur.

1. - Wie sieht die Grundschwingung einer Saite aus, die an beiden Enden eingespannt ist?
   - Wie sehen die Oberschwingungen aus?
   - Wie stehen die Oberschwingungen in Verbindung zu den Tonintervallen aus der Musik?
   - Was ist ein Monochord?
   - Wie wird die Frequenz der Saite in diesem Versuch bestimmt?
   - Wie stimmt man eine Geige oder eine Gitarre? Mit was ist dieses Stimmen hier im Versuch vergleichbar?
   - Was versteht man unter der Phasen- und der Gruppengeschwindigkeit einer Welle?
2. **für die Studiengänge Physik und Mathematik zusätzlich:**
   - Wie funktioniert die Spektralanalyse mittels schneller Fourier-Transformation (FFT)

Zubehör

- zwei Metallsaiten der Länge $l = 1.20\,\text{m}$, eine davon mit variablen Gewichten spannbar
- Gewichtsstücke der Massen 1 kg, 2 kg, 5 kg und 10 kg zum Spannen der Saite
- Lichtblitz-Stroboskop
- Lichtschranke mit elektronischem Frequenzzähler
- Keil zum Verkürzen des schwingenden Teils der Saiten
- PC mit Mikrofon und Soundkarte[1]

[1] Sie können auf Wunsch das Mikrofon auch an Ihren eigenen Laptop anschließen – dieser verfügt vermutlich sogar über einen leistungsfähigeren Prozessor.

- Programm `Spectran` [spe] zur Frequenzanalyse des Mikrofonsignals (im Internet und auf dem AP-Server kostenlos verfügbar)

Grundlagen

Saiten

Unter einer Saite versteht man ein langes, üblicherweise zylindrisches Gebilde, dessen Querschnitt so klein ist, dass es praktisch keinen Widerstand gegen Verbiegung leistet. Als Material kommen u. a. Metalldrähte, Kunststoffschnüre oder Darm in Frage. Da eine Saite von sich aus nicht wieder in den gestreckten Zustand zurückkehrt, muss sie durch äußere Kräfte gespannt werden, um Schwingungen – insbesondere transversale – ausführen zu können. Zu diesem Zweck befestigt man die Saite an beiden Enden. Dadurch wird einerseits eine bestimmte Saitenlänge l festgelegt, andererseits aber auch, dass die Saitenenden in Ruhe bleiben. Man nennt solche Punkte „Bewegungsknoten“ im Gegensatz zu „Bewegungsbäuchen“, den Punkten, an denen die Bewegung maximal ist.
Lenkt man eine gespannte Saite aus ihrer Ruhelage aus und lässt sie plötzlich los, so beobachtet man transversale Schwingungen um die Ruhelage. Die genaue Schwingungsform hängt von einer Reihe von Parametern und auch der Art der Anregung ab. Abbildung 2.8.1 zeigt einige mögliche Schwingungsformen. Die Schwingung mit der tiefsten möglichen Frequenz bezeichnet man als Grundschwingung. Außer der Grundschwingung kann eine Saite auch noch sog. Oberschwingungen ausführen, von denen einige ebenfalls in der Abbildung dargestellt sind.

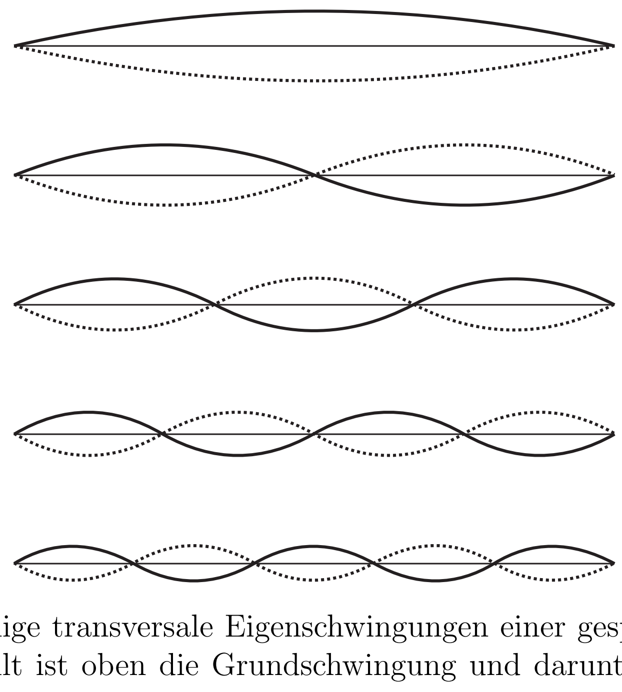

Abbildung 2.8.1.: Einige transversale Eigenschwingungen einer gespannten Saite. Dargestellt ist oben die Grundschwingung und darunter die 1. bis 4. Oberschwingung.

Die Wellengleichung

Welche Kraft treibt eigentlich eine Saite oder ein Seil bei einer Auslenkung in die Ruhelage zurück? Sicher hat sie mit der Spannung $\tau = F/A$ der Saite zu tun, also mit der Kraft pro Querschnittsfläche. Man könnte nun meinen, dass eine Saite nur Kräfte in ihrer Richtung überträgt und nicht senkrecht dazu. Das gilt aber nur, solange die Saite gerade ist. Bei einer gekrümmten Saite ergibt sich eine resultierende Kraft, da die Spannkraft an verschiedenen Stellen der Saite zwar dem Betrag nach gleich groß ist, aber in verschiedene Richtungen zeigt, nämlich immer tangential zur Saite. Dies ist in Abbildung 2.8.2 dargestellt.

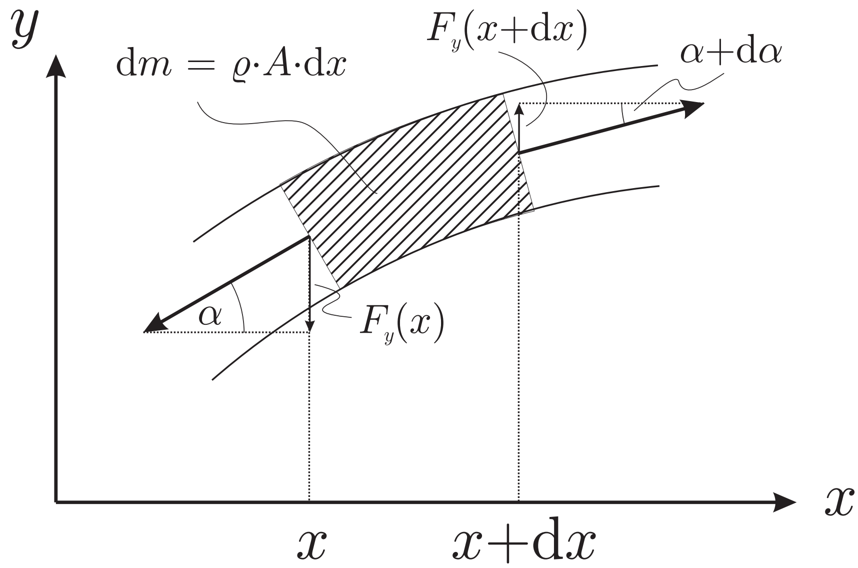

Abbildung 2.8.2.: Schematische Darstellung der Kräfte an einer gespannten Saite. Die Saite wird in x-Richtung gespannt und in y-Richtung ausgelenkt. Die Krümmung der Saite ist zur Verdeutlichung stark übertrieben.
$\mathrm{d}\alpha$ ist in diesem Beispiel negativ, weil die Saite rechts weniger steil verläuft als links.

Betrachten wir ein kleines Stück der Saite mit der Länge $\mathrm{d}x$ und der Masse $\mathrm{d}m$[2]. Die Saite sei in x-Richtung gespannt. Bei einer örtlich verschiedenen Auslenkung $y(x)$ wirkt also auf das Massenelement $\mathrm{d}m$ an der Stelle x aufgrund der Zugspannung τ eine rücktreibende Kraft der Größe $F_y(x) = -A \cdot \tau \cdot \sin\alpha$ in (negative) y-Richtung. Andererseits wirkt an der Stelle $x + \mathrm{d}x$ die Kraft $F_y(x + \mathrm{d}x) = +A \cdot \tau \cdot \sin(\alpha + \mathrm{d}\alpha)$ in (positive) y-Richtung. Die jeweils andere Komponente F_x der Kraft entlang der x-Richtung ist für die weiteren

[2] Die Symbole $\mathrm{d}x$ und $\mathrm{d}m$ bedeuten hier nicht, dass eine Ableitung gebildet wird. Man könnte z. B. auch $\triangle x$, $\triangle m$ oder ganz andere Bezeichnungen wählen. Durch $\mathrm{d}x, \mathrm{d}m$ wird allerdings angedeutet, dass das Teilstück beliebig klein sein soll, was möglicherweise zum Verständnis beitragen kann.

Überlegungen ohne Bedeutung. Die resultierende rücktreibende Kraft für das Saitenstück ergibt sich zu

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{R}} &= F_y(x+\mathrm{d}x) + F_y(x) && (2.8.1)\\ &= A\cdot\tau\cdot\sin(\alpha+\mathrm{d}\alpha) - A\cdot\tau\cdot\sin\alpha && (2.8.2)\\ &= A\cdot\tau\cdot[\sin(\alpha+\mathrm{d}\alpha)-\sin\alpha] \quad . && (2.8.3)\end{aligned}$$

Für kleine Winkel α und noch kleinere Winkel $\mathrm{d}\alpha$ kann man die Sinusfunktion in eine Potenzreihe entwickeln (siehe z. B. [BS85]) und erhält

$$\begin{aligned} \sin(\alpha+\mathrm{d}\alpha)-\sin\alpha &= \sin\alpha + \mathrm{d}\alpha\cdot\cos\alpha - \frac{(\mathrm{d}\alpha)^2\sin\alpha}{2!} - \frac{(\mathrm{d}\alpha)^3\cos\alpha}{3!} + \ldots\\ &\quad -\sin\alpha && (2.8.4)\\ &\approx \mathrm{d}\alpha \quad . && (2.8.5)\end{aligned}$$

Man kann die Kraft auf das Saitenstück also schreiben als

$$F_{\mathrm{R}} \approx A\cdot\tau\cdot\mathrm{d}\alpha \quad . \qquad (2.8.6)$$

Wie groß ist nun dieser Winkel $\mathrm{d}\alpha$? Wir haben vorausgesetzt, dass die Winkel klein sein sollen. Daher kann man sie näherungsweise durch die Ableitung $\frac{\partial y}{\partial x}$ der Auslenkung x nach der Position x ersetzen[3]:

$$\alpha \approx \sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{\partial y}{\partial x} \quad . \qquad (2.8.7)$$

Die *Änderung* $\mathrm{d}\alpha$ des Winkels zwischen den Stellen x und $x+\mathrm{d}x$ kann dann wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\alpha &\approx \frac{\partial\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)}{\partial x}\cdot\mathrm{d}x && (2.8.8)\\ &= \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\cdot\mathrm{d}x \quad . && (2.8.9)\end{aligned}$$

Insgesamt erhält man also für die rücktreibende Kraft auf das Saitenstück der Länge $\mathrm{d}x$ in sehr guter Näherung den Ausdruck

$$F_{\mathrm{R}} = A\cdot\tau\cdot\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\cdot\mathrm{d}x \quad . \qquad (2.8.10)$$

[3] Das hier verwendete Symbol „∂“ für die Ableitung ist nicht unbedingt jedem geläufig, aber auch nicht schwer zu verstehen. Es bedeutet „partielle Ableitung“, d. h. die Funktion wird *nur* nach der angegebenen Variablen abgeleitet, wobei *alle*(!) anderen Variablen und Parameter als konstant angenommen werden. Im vorliegenden Fall hängt y sowohl vom Ort x als auch von der Zeit t ab. Für die partielle Ableitung $\frac{\partial y}{\partial x}$ wird die Zeit „festgehalten“, also nur ein bestimmter Zeitpunkt betrachtet. In der Rechnung kann t dann wie eine feste Zahl behandelt werden.
Umgekehrt betrachtet man bei $\frac{\partial y}{\partial t}$ die Funktion nur an einer bestimmten Stelle x und leitet nach t ab, um die Zeitabhängigkeit zu erhalten.

Das Saitenstück besitzt die Masse $\mathrm{d}m = \varrho \cdot A \cdot \mathrm{d}x$. Zu seiner Beschleunigung ist eine Kraft nötig, die sich als

$$F_\mathrm{B} \;=\; \mathrm{d}m \cdot \ddot{y} = \varrho \cdot A \cdot \mathrm{d}x \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{2.8.11}$$

schreiben lässt.
Setzt man nun die beiden Kräfte gleich, so erhält man

$$F_\mathrm{B} \;=\; F_\mathrm{R} \tag{2.8.12}$$

$$\Rightarrow \varrho \cdot A \cdot \mathrm{d}x \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \;=\; A \cdot \tau \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \mathrm{d}x \tag{2.8.13}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \;=\; \frac{\tau}{\varrho} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad . \tag{2.8.14}$$

Dies ist bereits die d'alembertsche Wellengleichung, die den Zusammenhang zwischen zeitlichen und räumlichen Änderungen der Auslenkung der Saite beschreibt. Üblicherweise führt man noch die Abkürzung $c^2 := \frac{\tau}{\varrho}$ ein, denn man kann leicht zeigen, dass eine Welle auf der Saite mit der Phasengeschwindigkeit c entlang läuft.

Die Wellengleichung lautet also schließlich

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \;=\; c^2 \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{2.8.15}$$

oder kurz

$$\ddot{y} \;=\; c^2 \cdot y'' \quad . \tag{2.8.16}$$

Jede Funktion der Form $f(x \pm c \cdot t)$ ist Lösung dieser Gleichung (siehe Aufgabenteil). Gleichungen dieser Form erhält man für eine ganze Reihe von Wellenvorgängen in der Natur.[4]
Auf einer beidseitig eingespannten Saite kann sich eine stehende Welle ausbilden. Im einfachsten Fall liegt an den beiden Enden je ein Knoten der Schwingung, in der Mitte ein Schwingungsbauch. Die Länge der Saite entspricht in diesem Fall gerade der halben Wellenlänge. Es sind auch sog. Oberschwingungen möglich, bei denen weitere Knoten an anderen Stellen der Saite auftreten.

[4] Oft wird die d'Alembert-Gleichung als „*die* Wellengleichung“ bezeichnet. Sie gilt allerdings nur, wenn Wellen unterschiedlicher Frequenz alle gleich schnell laufen. Man bezeichnet diesen Fall auch als „dispersionsfrei“. Es gibt aber durchaus auch viele Fälle, in denen Dispersion auftritt, d. h. die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz abhängt. Ein Beispiel dafür ist die Dispersion von Lichtwellen in Glas, wie sie z. B. beim Prisma ausgenutzt wird.

last change to this section: Revision: 798 , Date: 2017-04-03 16:57:15 +0200 (Mo, 03 Apr 2017)
Gesamtversion: kompiliert am 17. Januar 2020 um 9:34 Uhr UTC

Die k-te Oberschwingung einer beidseitig befestigten und mit der Kraft F gespannten Saite der Länge l, der Dichte ϱ und des Querschnitts A hat die Frequenz

$$f_k = \frac{1+k}{2\cdot l}\sqrt{\frac{F}{A\cdot\varrho}} \quad \text{für} \quad k = 0,1,2,\ldots \tag{2.8.17}$$

$$= \frac{1+k}{2\cdot l}\sqrt{\frac{\tau}{\varrho}} \quad \text{für} \quad k = 0,1,2,\ldots \tag{2.8.18}$$

mit

$$\tau = F/A = \text{Spannung der Saite.} \tag{2.8.19}$$

Spektralanalyse mittels Fourier-Transformation

Welche Frequenzkomponenten in einem Signal enthalten sind, lässt sich rechnerisch leicht mit Hilfe der Methode der schnellen Fourier-Transformation (⟨engl.⟩ *Fast Fourier Transform*) herausfinden. Die Fourier-Transformation stellt mathematisch den Zusammenhang her zwischen dem zeitlichen Verlauf eines Signals und den darin enthaltenen Frequenzkomponenten („Tonhöhen").[5] Im Praktikum verwenden wir dazu das kostenlos erhältliche Programm `Spectran` [spe]. Ein über die Soundkarte eingelesenes Mikrofon-Signal wird in seine spektralen Komponenten „zerlegt" und das Ergebnis grafisch darstellt. Abbildung 2.8.3 zeigt ein Beispiel der Bildschirmdarstellung.

Versuchsdurchführung

Hinweis: Zum Anschluss der Lichtschranke an den Frequenzzähler muss unbedingt ein abgeschirmtes Kabel (Koaxial-Kabel) verwendet werden, um elektronische Störungen des Zählers durch das Stroboskop zu vermeiden.

1. Spannen Sie die Saite durch Anhängen einer Masse von 5 kg.
2. Stellen Sie das Stroboskop so ein, dass Sie ein stehendes Bild der schwingenden Saite sehen, und lesen Sie die zugehörige Frequenz auf der Skala ab.

   Stellen Sie dabei durch geeignetes Verändern der Blitzfrequenz sicher, dass das Stroboskop nicht nur bei jeder zweiten, dritten, usw. Schwingung blitzt, so dass Sie irrtümlich nur die Hälfte, ein Drittel, usw. der wahren Frequenz messen würden!
3. Bestimmen Sie unabhängig davon die Schwingungsfrequenz mit Hilfe der Lichtschranke.

[5] Die schnelle Variante unterscheidet sich von der „normalen" Fourier-Transformation nur durch die Verwendung besonders effizienter Algorithmen. Man erhält das gleiche Ergebnis, nur eben nach (wesentlich) kürzerer Rechenzeit. Dafür muss man bestimmte Bedingungen z. B. hinsichtlich der Zahl der jeweils in die Rechnung mit einbezogenen Messwerte erfüllen, was aber in den meisten Fällen keine echte Einschränkung bedeutet.

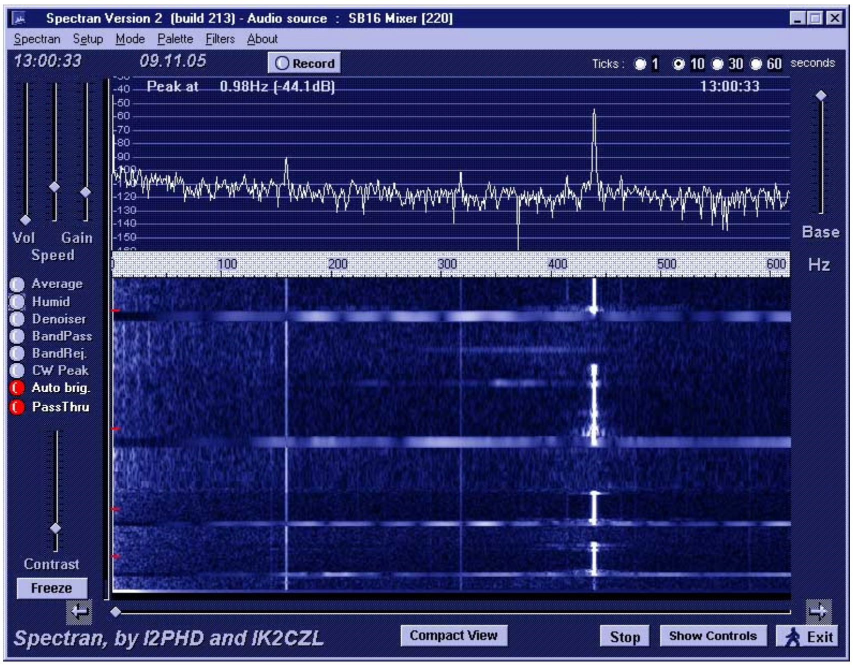

Abbildung 2.8.3.: Screenshot des Programms `Spectran` zur Spektralanalyse mittels FFT. In diesem Beispiel wurde eine Stimmgabel mit der Nennfrequenz 440 Hz mehrfach hintereinander angeschlagen und wieder abgestoppt. Im oberen Bildteil ist das aktuelle Spektrum zum Zeitpunkt der Aufnahme des Bildes zu sehen. Im unteren Teil des Bildes befindet sich ein sog. „Wasserfallplot“, in dem die zeitliche Entwicklung des Signals von unten nach oben aufgetragen ist. Die Amplitude der jeweiligen Frequenzen wird dabei durch die Helligkeit der Bildpunkte dargestellt. Deutlich zu sehen sind die hellen Striche, die den jeweils am stärksten klingenden Ton anzeigen.

Achten Sie darauf, ob die Lichtschranke einmal pro Schwingung oder einmal pro Halbschwingung unterbrochen wird.

Messen Sie mehrfach und mitteln Sie die Ergebnisse.

4. Bestimmen Sie außerdem die Schwingungsfrequenz mit Hilfe des PCs und Mikrofons. Das Mikrofon wird dabei ganz einfach auf den Resonanzkörper aufgelegt.

   Hinweis: Brauchbare Einstellungen sind für die im Praktikum durchgeführten Experimente z. B. eine Abtastrate (⟨engl.⟩ *sampling rate*) von 8000 samples/s und eine Zahl von 8192 Datenpunkten (⟨engl.⟩ *FFT size*). Sie dürfen mit den Einstellungen aber gerne ein bisschen spielen, um die Auswirkungen auszuprobieren.

5. Wiederholen Sie die Punkte 2 bis 4 für sieben andere Gewichte bis max. 15 kg.

6. Spannen Sie nun die Saite durch Anhängen einer Masse Ihrer Wahl zwischen 5 kg und 15 kg.

last change to this section: Revision: 798 , Date: 2017-04-03 16:57:15 +0200 (Mo, 03 Apr 2017)
Gesamtversion: kompiliert am 17. Januar 2020 um 9:34 Uhr UTC

7. Bestimmen Sie die Frequenz für mindestens acht verschiedene Längen des schwingenden Teils der Saite, indem Sie den Keil an verschiedenen Positionen unter die Saite schieben und dann jeweils mit Stroboskop, Lichtschranke und PC messen.

8. Praktikanten und Praktikantinnen, die über ein sog. „absolutes Gehör“ verfügen, können gerne zusätzlich die Anzeigen der Messgeräte mit Ihrem Gehör überprüfen.[6]

Auswertung

1. Zeichnen Sie ein Diagramm für die Frequenz f als Funktion der angehängten Masse m. Tragen Sie dabei beide Achsen logarithmisch auf, also $(\log f)$ über $(\log m)$ oder benutzen Sie doppelt logarithmisches Papier bzw. die entsprechende Funktion Ihres Plotprogrammes.

2. Zeichen Sie ein Diagramm für die Frequenz f als Funktion der reziproken Saitenlänge $1/l$.

Fragen und Aufgaben

1. Warum ist die oben gewählte Art der Auftragung (doppelt logarithmisch bei Punkt 1 der Auswertung, bzw. f über $1/l$ bei Punkt 2) jeweils besonders vorteilhaft?

2. Handelt es sich bei c in Gleichung (2.8.16) um eine Phasen- oder eine Gruppengeschwindigkeit?
   Erklären Sie beide Begriffe.

3. Um welchen Faktor muss man die Kraft (bzw. die angehängte Masse) zum Spannen der Saite vergrößern, um die Saite eine Oktave höher schwingen zu lassen?
   Um welchen Faktor ändert sich dabei die Frequenz?

4. Zeigen Sie, dass jede Funktion der Form $y = f(x \pm c \cdot t)$ eine Lösung der d'alembertschen Wellengleichung (2.8.16) ist.

5. Gerät der „Resonanzboden“ einer Geige wohl beim Streichen einer Saite bei einzelnen bestimmten Tönen in Resonanz?

6. Im Gegensatz zu Saiten, bei denen durch das notwendige Einspannen immer an beiden Enden Bewegungsknoten liegen, können schwingende Luftsäulen (z. B. bei einer Flöte oder Orgelpfeife) an jedem Ende unabhängig vom anderen Ende entweder einen Bewegungsknoten oder einen Bewegungsbauch haben. Was bedeutet das für die Frequenzen der Eigenschwingungen solch einer Luftsäule?

[6] Mit „absolutem Gehör“ bezeichnet man die Fähigkeit, nicht nur Tonintervalle (Frequenzverhältnisse) mit dem Ohr (und Gehirn) festzustellen, sondern auch absolute Tonhöhen. Diese Fähigkeit ist nicht allzu weit verbreitet.

Ergänzende Informationen

Andere Schwingungsformen von Saiten

Außer den oben besprochenen Transversalschwingungen kann eine Saite auch noch andere Schwingungen ausführen, nämlich Longitudinal- und Torsionsschwingungen. Zwar haben beide keine Bedeutung für die Tonerzeugung im musikalischen Sinne, aber zumindest die Longitudinalschwingungen wurden mehrfach für wissenschaftliche Zwecke eingesetzt.

Longitudinalschwingungen Bei geeigneter Anregung, z. B. durch Reiben mit einem mit Kolophonium eingeriebenen Lappen, kann eine gespannte Saite auch Longitudinalschwingungen ausführen. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen gilt die Beziehung

$$c_{0,\mathrm{L}} = \sqrt{E/\varrho} \tag{2.8.20}$$

mit dem Elastizitätsmodul (Schubmodul) E der Saite. Damit ergibt sich für die k-te Oberschwingung einer beidseitig eingespannten Saite der Länge l

$$f_{k,\mathrm{L}} = \frac{1+k}{2\cdot l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}} \quad \text{für} \quad k = 0, 1, 2, \ldots \quad . \tag{2.8.21}$$

Im Gegensatz zu den Transversalschwingungen ist die Frequenz in diesem Fall also unabhängig von der Spannung der Saite und hängt nur vom Material ab. Ein Longitudinal-Monochord nach F. A. Schulze wurde unter anderem zur Bestimmung der oberen Hörgrenze des Menschen eingesetzt, da man leicht sehr hohe Frequenzen erzeugen kann.

Torsionsschwingungen Stäbe oder Rohre mit kreisförmigem Querschnitt können auch zu Torsionsschwingungen angeregt werden, wenn man sie z. B. in der Mitte einspannt und ein Ende mit einem angefeuchteten Lappen in drehende Bewegung versetzt. Diese Torsionsschwingungen sind die eigentlichen Transversalschwingungen eines Stabes. Die Schwingung besteht in einer Verdrehung der einzelnen Stababschnitte gegeneinander. Für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Torsionswellen gilt die Beziehung

$$c_{0,\mathrm{T}} = \sqrt{G/\varrho} \tag{2.8.22}$$

mit dem Torsionsmodul (Schermodul) G des Stabes. Damit ergibt sich für die k-te Oberschwingung eines in der Mitte eingespannten Stabes der Länge l

$$f_{k,\mathrm{T}} = \frac{1+k}{2\cdot l}\sqrt{\frac{G}{\varrho}} \quad \text{für} \quad k = 0, 1, 2, \ldots \quad . \tag{2.8.23}$$

Der Torsionsmodul ist stets kleiner als der Elastizitätsmodul, daher sind die Torsionsschwingungen stets langsamer als die Longitudinalschwingungen. Eine praktische Bedeutung haben die Torsionsschwingungen nicht.

last change to this section: Revision: 798 , Date: 2017-04-03 16:57:15 +0200 (Mo, 03 Apr 2017)
Gesamtversion: kompiliert am 17. Januar 2020 um 9:34 Uhr UTC

Luftumströmte Saiten

Der singende Ton, den man manchmal hört, wenn der Wind quer zu einem zylindrischen Hindernis, z. B. einer Strom- oder Telefon-Überlandleitung oder auch einem Mast, bläst (vgl. auch die „singenden Drähte" im Wilden Westen) ist übrigens *keine* Eigenschwingung des Drahtes im Sinne einer schwingenden Saite. Er entsteht dadurch, dass sich abwechselnd auf der einen und anderen Seite des Drahtes Luftwirbel ablösen (kármánsche Wirbelstraße). Die Frequenz f der Wirbelablösung hängt von der Windgeschwindigkeit u und dem Durchmesser des Hindernisses d gemäß

$$f = 0.185 \cdot \frac{u}{d} \tag{2.8.24}$$

ab [Gob74].

Literaturhinweise

Viele Beispiele zur Erzeugung akustischer Schwingungen finden sich in [Gob74]. Dabei werden unter anderem auch die verschiedenen Schwingungsformen von Saiten ausführlich besprochen. Die im Grundlagenteil durchgeführte Herleitung der Differentialgleichung (2.8.16) findet man in ähnlicher Form z. B. in [Vog95] unter dem Stichwort „Wellengleichung von d'Alembert".

Das im Praktikum eingesetzte Programm zur Spekralanalyse mittels schneller Fourier-Transformation (⟨engl.⟩ *Fast Fourier Transform*) unter Windows® ist kostenlos im Internet erhältlich [spe].

Wer die Fähigkeiten der Soundkarte im PC weiter ausreizen will, findet eine ganze Reihe sehr guter und kostenloser Programme im Internet. Hier ein paar besonders brauchbare Beispiele:

Für Windows:

SOUNDS (Autoren: Adrian Vokhler und Volkhard Nordmeier): `http://didaktik.physik.fu-berlin.de/sounds/`

Spectrum Lab (Autor: Wolfgang „Wolf" Büscher (DL4YHF)): `http://www.qsl.net/dl4yhf/spectra1.html`

Spectran (Autoren: Alberto (I2PHD) und Vittorio (IK2CZL)): `http://www.weaksignals.com/`

Für Linux:

jaaa (Autor: Fons Adriaensen): `http://users.skynet.be/solaris/linuxaudio/`

Literaturverzeichnis

[BS85] Bronstein, I. N. und K. A. Semendjajew: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 22. Auflage, 1985.

[Gob74] Gobrecht, Heinrich: *Bergmann-Schaefer – Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band I: Mechanik, Akustik, Wärme. Walter de Gruyter, Berlin, 9. Auflage, 1974.

[spe] *Spectran*. `http://www.weaksignals.com/`.

[Vog95] Vogel, Helmut: *Gerthsen - Physik*. Springer-Verlag, Berlin · Heidelberg, 18. Auflage, 1995.