2.3. Trägheitsmoment aus Drehschwingungen

Ziel

Bestimmung des Trägheitsmomentes verschiedener geometrischer Körper aus der Frequenz von mittels einer Schneckenfeder erzeugten Drehschwingungen.

Hinweise zur Vorbereitung

Die Antworten auf diese Fragen sollten Sie vor der Versuchdurchführung wissen. Sie sind die Grundlage für das Gespräch mit Ihrer Tutorin/Ihrem Tutor vor dem Versuch. Informationen zu diesen Themen erhalten Sie in der unten angegebenen Literatur.

1.
   - Wie ist das Trägheitsmoment definiert und was bedeutet es anschaulich?
   - Woraus setzt sich der Träheitstensor zusammen?
   - Wieso erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit eines Eiskunstläufers, wenn er bei einer Pirouette die ausgestreckten Arme/das ausgestreckte Bein zum Körper zieht?
   - Wie hängen Trägheitsmoment und Rotationsenergie zusammen?
   - Was sind die Hauptträgheitsachsen einer Scheibe?
   - Was besagt der Steiner'sche Satz?
2.
   - Was ist ein Drehmoment?
   - Was ist eine Winkelrichtgröße?
   - Was muss gegeben sein, damit eine harmonische Schwingung vorliegt?

Zubehör

- Gestell mit Schneckenfeder und kugelgelagerter Drehachse, die sowohl senkrecht als auch waagerecht gestellt werden kann
- große Scheibe mit Winkelskala und kleiner Schnurscheibe (Radius der Schnurscheibe unter Berücksichtigung der Schnurdicke (28.00 ± 0.50) mm für die den neuen Versuchsaufbauten in Raum P620, (29.00 ± 0.50) mm für den alten Versuchsaufbau in P615)
- Gewichtssatz mit Massen zwischen 10 g und 200 g
- mehrere Versuchskörper, die auf die Drehachse montiert werden können:
  - Vollkugel
  - Vollwürfel
  - Hohlwürfel

last change to this section: Revision: 1274 , Date: 2018-11-04 19:07:59 +0100 (So, 04 Nov 2018)
Gesamtversion: kompiliert am 6. Dezember 2024 um 9:42 Uhr UTC

  - Kreisscheiben
  - mehrere Vollzylinder
  - kleine Aluminiumteller mit aufsetzbaren Hohlzylindern aus Stahl
  - Hantelstange mit verschiebbaren Gewichten

- Stoppuhr
- Waage

Grundlagen

Das Trägheitsmoment

Rotiert ein starrer Körper um eine raumfeste Drehachse, so besitzen alle Punkte des Körpers die gleiche Winkelgeschwindigkeit ω. Für die Geschwindigkeit v_i eines einzelnen Punkts x_i gilt dann

$$v_i = \omega \cdot r_i, \tag{2.3.1}$$

wobei r_i für den senkrechten Abstand des Punkts zur Drehachse steht. Bei dieser nichtvektoriellen Schreibweise ist zu beachten, dass die Drehachse, der Abstand des Punkts x_i von der Drehachse und die Richtung der Geschwindigkeit v_i senkrecht aufeinander stehen. Die Rotationsenergie E_{rot} bei insgesamt N Massenpunkten mit den Einzelmassen m_i lässt sich berechnen über

$$\begin{aligned} E_{\text{rot}} &= \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \Theta \omega^2. \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

$\Theta = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$ heißt Trägheitsmoment eines Körpers und ist abhängig von der Position der Drehachse. Gleichung 2.3.2 ist sehr ähnlich zur Formel $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2$ für die kinetische Energie, so dass bei einer Rotationsbewegung die Winkelgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit einer linearen Bewegung und das Trägheitsmoment mit der Masse bei einer linearen Bewegung verglichen werden kann.

Drehschwingungen

Befestigt man an einer drehbaren Achse einerseits eine Masse, andererseits eine Schneckenfeder, so dass die Feder bei Drehung der Achse je nach Drehrichtung gedehnt bzw. zusammengedrückt wird, so entsteht eine periodische Bewegung, wenn man die Anordnung

last change to this section: Revision: 1274 , Date: 2018-11-04 19:07:59 +0100 (So, 04 Nov 2018)
Gesamtversion: kompiliert am 6. Dezember 2024 um 9:42 Uhr UTC

aus der Ruhelage auslenkt und dann loslässt. Man nennt die beobachteten Schwingungen „Drehschwingungen“[1]. Man kann zeigen, dass bei genügender Länge der Schneckenfeder das zu einer Verdrehung der Achse notwendige Drehmoment M dem Drehwinkel φ proportional ist. Den Proportionalitätsfaktor bezeichnet man als Winkelrichtgröße $\widetilde{D}$ (manchmal auch als „Richtmoment“ bezeichnet) und schreibt $M = \widetilde{D} \cdot \varphi$.
Analog zu den Überlegungen beim Pendel kann man auch hier eine Bewegungsgleichung aufstellen und erhält als Lösung eine harmonische (d. h. sinusförmige) Schwingung mit der Periodendauer

$$T = 2\,\pi \sqrt{\frac{\Theta}{\widetilde{D}}} \tag{2.3.3}$$

mit

$$\Theta = \text{Trägheitsmoment der sich drehenden Masse,}$$
$$\widetilde{D} = \text{Winkelrichtgröße der Schneckenfeder.}$$

Die Periodendauer ist von der Winkelamplitude der Schwingung unabhängig, selbst für große Winkel. Deshalb werden Drehschwingungen in mechanischen Uhrwerken gerne verwendet, man bezeichnet das entsprechende Teil dann als „Unruh“[2].

Beispiele für Trägheitsmomente

Die Berechnung von Trägheitsmomenten beruht immer auf der Ausführung des Volumenintegrals

$$\Theta = \int \varrho\, r^2\, \mathrm{d}V \quad . \tag{2.3.4}$$

Je nach der Geometrie des Körpers kann dabei der eine oder andere Rechenweg vorteilhaft sein. Bei rotationssymmetrischen Körpern ist es meist am sinnvollsten, in Zylinderkoordinaten (z, φ, r) zu rechnen, da die Integration über φ dabei besonders einfach ist. Das Volumenelement in Zylinderkoordinaten lässt sich schreiben als $\mathrm{d}V = \mathrm{d}z \cdot r\,\mathrm{d}\varphi \cdot \mathrm{d}r$.
Unter den Voraussetzungen, dass die Dichte ϱ homogen ist und die Drehachse durch den Schwerpunkt S verläuft, können einige im Versuch relevante Trägheitsmomente z. B. folgendermaßen berechnet werden[3]:

1. **Scheibe mit polarer Drehachse** (senkrecht zur Scheibe)
   Für eine Kreisscheibe (bzw. einen Vollzylinder) mit Radius r_{Scheibe}, Höhe h und

[1] Man findet gelegentlich auch die Bezeichnungen „Torsions-“ oder „Drillungsschwingungen“.
[2] Umgangssprachlich hat sich auch der Begriff „Unruhe“ eingebürgert.
[3] Weitere Beispiele und teilweise auch etwas andere Rechenwege finden Sie in vielen Lehrbüchern. Genannt seien insbesondere [Gob74] und [Tip00].

Masse m_{Scheibe} gilt bei einer senkrecht zur Grundfläche stehenden Achse (der sog. „Figurenachse")

$$\begin{aligned}
\Theta_{\text{Scheibe,polar}} &= \int\limits_0^{r_{\text{Scheibe}}} \left(\int\limits_0^{2\pi} \left(\int\limits_0^{h} \varrho\, r^2 \,\mathrm{d}z \right) r\,\mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}r && (2.3.5)\\
&= 2\,\pi\,\varrho\,h \int\limits_0^{r_{\text{Scheibe}}} r^3 \,\mathrm{d}r && (2.3.6)\\
&= 2\,\pi\,\varrho\,h \left[\frac{1}{4}\,r^4\right]_0^{r_{\text{Scheibe}}} && (2.3.7)\\
&= 2\,\pi\,\varrho\,h\,\frac{r^4_{\text{Scheibe}}}{4} && (2.3.8)\\
&= \frac{1}{2}\cdot \underbrace{\pi\,\varrho\,h\,r^2_{\text{Scheibe}}}_{m_{\text{Scheibe}}} \cdot r^2_{\text{Scheibe}} && (2.3.9)\\
&= \frac{1}{2}\cdot m_{\text{Scheibe}}\cdot r^2_{\text{Scheibe}} \quad . && (2.3.10)
\end{aligned}$$

2. **Scheibe mit äquatorialer Drehachse** (parallel zur Scheibe)
   Betrachtet man kartesische Koordinaten (x, y, z), legt das Koordinatensystem so, dass die xy-Ebene parallel zur Grundfläche der Scheibe ist und die z-Achse senkrecht darauf steht, und bezeichnet mit $r = \sqrt{x^2+y^2}$ den Abstand eines Massenelements zur Drehachse, dann gilt

$$\begin{aligned}
\Theta_{\text{Scheibe,polar}} &= \int r^2 \,\mathrm{d}m = \int \left(x^2+y^2\right)\,\mathrm{d}m \\
&= \int x^2 \,\mathrm{d}m + \int y^2 \,\mathrm{d}m \quad . && (2.3.11)
\end{aligned}$$

   Aus Symmetriegründen müssen die beiden Summanden auf der rechten Seite von Gleichung (2.3.11) gleich sein.
   Folglich gilt für eine Kreisscheibe (bzw. ein Vollzylinder) mit Radius r, Höhe h und Masse m für eine parallel zur Grundfläche liegende Achse

$$\Theta_{\text{Scheibe,äquatorial}} = \frac{1}{2}\cdot\Theta_{\text{Scheibe,polar}} = \frac{1}{4}\cdot m_{\text{Scheibe}}\cdot r^2_{\text{Scheibe}} \quad . \qquad (2.3.12)$$

3. **Hohlzylinder**
   Für einen Hohlzylinder mit Innenradius r_{i}, Außenradius r_{a} und Höhe h gilt Gleichung (2.3.5) leicht abgeändert, nämlich mit anderen Integrationsgrenzen für r (die

Rotation soll wieder um die Figurenachse, also „polar“ erfolgen). Man erhält so analog zur Rechnung bei der Scheibe

$$\Theta_{\text{Hohlzylinder}} = \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_0^h \varrho\, r^2 \,\mathrm{d}z \right) r \,\mathrm{d}\varphi \right) \mathrm{d}r \tag{2.3.13}$$

$$= 2\,\pi\,\varrho\,h \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} r^3 \,\mathrm{d}r \tag{2.3.14}$$

$$= 2\,\pi\,\varrho\,h \left[\frac{1}{4}\, r^4 \right]_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} \tag{2.3.15}$$

$$= \frac{1}{2}\,\pi\,\varrho\,h \cdot \underbrace{\left(r_\mathrm{a}^4 - r_\mathrm{i}^4\right)}_{\left(r_\mathrm{a}^2 - r_\mathrm{i}^2\right)\cdot\left(r_\mathrm{a}^2 + r_\mathrm{i}^2\right)} \tag{2.3.16}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\pi\,\varrho\,h\,\left(r_\mathrm{a}^2 - r_\mathrm{i}^2\right)}_{m_{\text{Hohlzylinder}}} \cdot \left(r_\mathrm{a}^2 + r_\mathrm{i}^2\right) \tag{2.3.17}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m_{\text{Hohlzylinder}} \cdot \left(r_\mathrm{i}^2 + r_\mathrm{a}^2\right) \quad . \tag{2.3.18}$$

4. **Kugel**

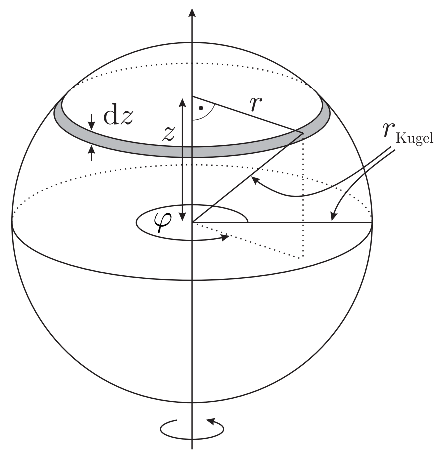

Abbildung 2.3.1.: Skizze zur Berechnung des Trägheitsmomentes einer Kugel.

Wir rechnen wieder in Zylinderkoordinaten[4]. Der erste Schritt ist die Bestimmung der Integrationsgrenzen für z, φ und r. Legt man die Grenzen für z auf

[4]Zwar ist die Beschreibung der *Form* der Kugel in Kugelkoordinaten einfacher, aber wir interessieren uns ja für das *Trägheitsmoment*, und dafür sind die Zylinderkoordinaten bequemer — in Kugelkoordinaten müsste man nämlich das Integral $\int \sin\vartheta \cos^2\vartheta \,\mathrm{d}\vartheta$ lösen.

$z = -r_{\text{Kugel}}$ bis $z = +r_{\text{Kugel}}$ und für φ auf $\varphi = 0$ bis $\varphi = 2\pi$, so hängen die Grenzen für r davon ab, bei welchem Wert von z man sich befindet (bei konstanten Grenzen würde man ja keine Kugel, sondern einen Hohl- bzw. Vollzylinder erhalten). Aus Abbildung 2.3.1 liest man ab, dass gilt $0 \le r \le \sqrt{r_{\text{Kugel}}^2 - z^2}$. Man erhält also

$$\Theta_{\text{Kugel}} = \int\limits_{-r_{\text{Kugel}}}^{+r_{\text{Kugel}}} \underbrace{\int\limits_{0}^{\sqrt{r_{\text{Kugel}}^2 - z^2}} \underbrace{\int\limits_{0}^{2\pi} \varrho\, r^2 \cdot r \,\mathrm{d}\varphi}_{2\pi\varrho r^3} \,\mathrm{d}r}_{\frac{1}{2}\pi\varrho\left(r_{\text{Kugel}}^2 - z^2\right)^2} \,\mathrm{d}z \tag{2.3.19}$$

$$= \int\limits_{-r_{\text{Kugel}}}^{+r_{\text{Kugel}}} \frac{1}{2}\pi\varrho\left(r_{\text{Kugel}}^2 - z^2\right)^2 \,\mathrm{d}z \tag{2.3.20}$$

$$= \frac{1}{2}\pi\varrho \int\limits_{-r_{\text{Kugel}}}^{+r_{\text{Kugel}}} \left(r_{\text{Kugel}}^4 - 2\, r_{\text{Kugel}}^2\, z^2 + z^4\right) \,\mathrm{d}z \tag{2.3.21}$$

$$= \frac{1}{2}\pi\varrho \left[r_{\text{Kugel}}^4\, z - \frac{2}{3}\, r_{\text{Kugel}}^2\, z^3 + \frac{1}{5} z^5\right]_{-r_{\text{Kugel}}}^{+r_{\text{Kugel}}} \tag{2.3.22}$$

$$= \frac{1}{2}\pi\varrho \left[2 \cdot \left(r_{\text{Kugel}}^5 - \frac{2}{3}\, r_{\text{Kugel}}^5 + \frac{1}{5}\, r_{\text{Kugel}}^5\right)\right] \tag{2.3.23}$$

$$= \pi\varrho \cdot r_{\text{Kugel}}^5 \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right)}_{\frac{15-10+3}{5\cdot 3} = \frac{8}{5\cdot 3} = \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}} \tag{2.3.24}$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \underbrace{\underbrace{\frac{4}{3}\pi\, r_{\text{Kugel}}^3}_{V_{\text{Kugel}}} \cdot \varrho}_{m_{\text{Kugel}}} \cdot r_{\text{Kugel}}^2 \tag{2.3.25}$$

$$= \frac{2}{5} \cdot m_{\text{Kugel}} \cdot r_{\text{Kugel}}^2 \quad . \tag{2.3.26}$$

Alternativ kann man Gleichung (2.3.20) auch etwas anschaulicher begründen: Wir „zerlegen“ dazu die Kugel nach Abbildung 2.3.1 in zur Drehachse senkrechte Scheiben mit Dicke $\mathrm{d}z$ und jeweiligem Radius r, wobei $r^2 = \left(r_{\text{Kugel}}^2 - z^2\right)$. Dann hat eine solche Scheibe nach Gleichung (2.3.10) das polare Trägheitsmoment

$$\mathrm{d}\Theta = \frac{1}{2} \underbrace{\varrho \underbrace{\pi r^2 \,\mathrm{d}z}_{\mathrm{d}V}}_{\mathrm{d}m} \cdot r^2 = \frac{1}{2}\pi\varrho \left(r^2\right)^2 \mathrm{d}z = \frac{1}{2}\pi\varrho \left(r_{\text{Kugel}}^2 - z^2\right)^2 \mathrm{d}z \quad . \tag{2.3.27}$$

Die Kugel erstreckt sich von $z = -r_{\text{Kugel}}$ bis $z = +r_{\text{Kugel}}$, daher gilt Gleichung (2.3.20).

5. **Stab**
   Ein hinreichend dünner Stab (das ist der Normalfall, sonst würde man ihn besser

als „Vollzylinder“ bezeichnen) der Länge l, der sich um eine zu ihm senkrechte Achse durch seinen Mittelpunkt dreht, kann als eindimensional betrachtet werden. Man legt die x-Achse in Stabrichtung, bezeichnet die Querschnittsfläche mit q und betrachtet zur Integration Massenelemente $\mathrm{d}m = \varrho\, q\, \mathrm{d}x$. Dann gilt

$$\Theta_{\text{Stab}} = \int_{-l/2}^{+l/2} \varrho\, q\, x^2 \mathrm{d}x \tag{2.3.28}$$

$$= \varrho\, q \cdot \left[\frac{1}{3}\, x^3\right]_{-l/2}^{+l/2} \tag{2.3.29}$$

$$= \varrho\, q \cdot \left[2 \cdot \frac{1}{3}\, \frac{l^3}{8}\right] \tag{2.3.30}$$

$$= \frac{1}{12} \cdot \underbrace{\varrho\, q\, l}_{m_{\text{Stab}}} \cdot l^2 \tag{2.3.31}$$

$$= \frac{1}{12} \cdot m_{\text{Stab}} \cdot l^2 \tag{2.3.32}$$

Der Steiner'sche Satz

Kennt man das Trägheitsmoment eines Körpers um eine Achse durch den Schwerpunkt, interessiert sich aber für das Trägheitsmoment um eine dazu parallele Achse, die im Abstand b dazu verläuft, so kann man dieses mit Hilfe des Steiner'schen Satzes berechnen:

$$\Theta_b = \Theta_S + m \cdot b^2 \tag{2.3.33}$$

mit

Θ_b = Trägheitsmoment um die Achse im Abstand b zum Schwerpunkt,
Θ_S = Trägheitsmoment um die Achse durch den Schwerpunkt S,
m = Masse des Körpers,
b = Abstand der beiden parallelen(!) Drehachsen.

Versuchsdurchführung

1. Aus den zur Verfügung stehenden Versuchskörpern wählt die Tutorin/der Tutor fünf aus. Es sollten möglichst viele geometrische Formen in der Auswahl vorkommen (z. B. Kugel, Würfel, Scheibe, Zylinder, Hantel).

2. Wiegen Sie die Versuchskörper. Vergessen Sie dabei nicht, die Hantelstange und die darauf zu befestigenden Gewichte *getrennt* zu wiegen.

3. Bestimmen Sie die geometrischen Abmessungen der Versuchskörper. Im Einzelnen sind zu notieren:

- die Radien r_{S1} der großen Holz- bzw. Kunststoffscheibe, r_{S2} der Schnurscheibe, r_K der Kugel, r_Z des Vollzylinders,
- innerer ($r_{Z,i}$) und äußerer ($r_{Z,a}$) Radius des Zylinders, sowie dessen Höhe h_Z,
- Abstand d_1 der Hantelkörper,
- Länge l des Stabes und Abstand d_2 der Drehachse vom Schwerpunkt,
- Geometrie der verschiebbaren Hantelkörper,
- Seitenlänge a_{Holz} und $a_{\text{Kunststoff}}$ der Würfel.

4. Zur Bestimmung der Winkelrichtgröße der Feder spannen Sie die Halterung so ein, dass die Drehachse horizontal liegt. Befestigen Sie die große Scheibe mit Schnurscheibe auf der Achse und messen Sie für verschiedene an die Schnur angehängte Gewichte jeweils **in beiden Richtungen** den Winkel, um den sich die Achse dreht.

   Messen Sie auch den Radius der Schnurscheibe.

5. Stellen Sie die Drehachse senkrecht[5] und messen Sie für alle Versuchskörper jeweils die Periodendauer der Drehschwingungen.
   Messen Sie dabei mit den Würfeln und den Scheiben jeweils für zwei verschiedene Drehachsen:
   - bei den Würfeln die Raumdiagonale sowie eine Achse durch zwei sich gegenüber liegende Flächenmittelpunkte,
   - bei den Scheiben in polarer und äquatorialer Geometrie.

Auswertung

1. Berechnen Sie die Trägheitsmomente der verschiedenen Versuchskörper jeweils zunächst aus den gemessenen Schwingungsdauern und der Winkelrichtgröße.

2. Berechnen Sie die Trägheitsmomente unabhängig davon aus der Geometrie und Masse der Versuchskörper.
   Leiten Sie die dazu benötigten Formeln her.
   Hinweise:
   a) Den Hohlwürfel denkt man sich zur Berechnung des Trägheitsmomentes am besten zusammengesetzt aus seinen sechs (dünnen) Wänden und nutzt die folgenden Überlegungen:
      i. Für einen „flächenhaften“ Körper, z. B. eine Platte oder Scheibe, unterscheidet man zwischen den „äquatorialen“ Trägheitsmomenten (Drehachse in der Ebene durch den Schwerpunkt) und dem „polaren“ (Drehachse senkrecht zur Ebene durch den Schwerpunkt) Trägheitsmoment.

[5] Sofern Sie die Hantelstange mit asymmetrischer Anordnung messen möchten, müssen Sie die genau senkrechte Lage mit Hilfe einer Wasserwaage überprüfen, da sonst ein zusätzliches rücktreibendes Moment wirkt, das die Messwerte völlig verfälscht.

ii. Das polare Trägheitsmoment einer quadratischen Platte ist gleich dem Trägheitsmoment eines Vollwürfels, denn durch die „Umverteilung“ der Masse entlang der Drehachse ändert sich das Trägheitsmoment nicht.

iii. Liegt die Scheibe in der xy-Ebene und damit senkrecht zur z-Achse, so findet man das äquatoriale Trägheitsmoment um die x-Achse durch $\Theta_x = \int y^2\,\mathrm{d}m$, das äquatoriale Trägheitsmoment um die y-Achse durch $\Theta_y = \int x^2\,\mathrm{d}m$. Das polare Trägheitsmoment um die z-Achse ergibt sich zu $\Theta_z = \int r^2\,\mathrm{d}m$ mit r als dem Abstand des Massenelementes $\mathrm{d}m$ von der Drehachse. Da für *jedes* Massenelement $r^2 = x^2 + y^2$ gilt, erhält man $\Theta_z = \int (x^2 + y^2)\,\mathrm{d}m$. Insgesamt ergibt sich also

$$\Theta_z = \int (x^2 + y^2)\,\mathrm{d}m = \Theta_x + \Theta_y \quad . \tag{2.3.34}$$

Diese Aussage gilt für *beliebig geformte* flächenhafte Körper! Da wir keine weiteren Annahmen über die Lage der x- und y-Achse *innerhalb* der Ebene des Körpers gemacht haben, heißt das letztlich:
Das polare Trägheitsmoment jedes flächenhaften Körpers ist gleich der Summe zweier äquatorialer Trägheitsmomente um senkrecht zueinander stehende Achsen.

iv. Zur Kontrolle Ihrer Rechnung:
Das Ergebnis für den Hohlwürfel lautet

$$\Theta_{\text{Hohlwürfel}} = \frac{5}{18} \cdot m_{\text{Hohlwürfel}} \cdot a^2 \quad . \tag{2.3.35}$$

3. Vergleichen Sie die Ergebnisse aus 1 und 2. Diskutieren Sie ausführlich den Einfluss möglicher Fehlerquellen. Schätzen Sie dabei jeweils die Größe des Fehlers ab.

Fragen und Aufgaben

1. Berechnen Sie unter Verwendung von Gleichung (2.3.32) und des Steiner'schen Satzes (2.3.33) das Trägheitsmoment eines Stabes für den Fall, dass die Drehachse senkrecht zum Stab verläuft, aber nicht durch den Schwerpunkt, sondern durch einen der Endpunkte des Stabes geht.

2. **für alle Physik-Studiengänge (B.Sc. und B.Ed.):** Beweisen Sie, dass das Trägheitsmoment eines Würfels mit Kantenlänge a, Masse $m_{\text{Würfel}}$ und homogener Dichte um *jede* Achse durch den Schwerpunkt den Wert

$$\Theta_{\text{Würfel}} = \frac{1}{6} \cdot m_{\text{Würfel}} \cdot a^2 \tag{2.3.36}$$

besitzt.

3. **für alle Physik-Studiengänge (B.Sc. und B.Ed.):** Falls Sie den Ausdruck für das Trägheitsmoment des Hohlwürfels nicht schon bei der Auswertung des Versuches hergeleitet haben, holen Sie das bitte nach.

Literaturhinweise

Die Herleitung der Trägheitsmomente verschiedener geometrischer Körper findet man z. B. ausführlich in [Gob74] und [Tip00].

Literaturverzeichnis

[Gob74] GOBRECHT, HEINRICH: *Bergmann-Schaefer – Lehrbuch der Experimentalphysik*, Band I: Mechanik, Akustik, Wärme. Walter de Gruyter, Berlin, 9. Auflage, 1974.

[Tip00] TIPLER, PAUL A.: *Physik*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg · Berlin, 2000. (amerikanische Originalausgabe 1976, 1982, 1991; deutsche Übersetzung 1994, 1995, 1998, 2000).